Vous soignerez la présentation et encadrerez vos résultats. Les copies ne respectant pas ces consignes auront 0,5 point en moins !

Exercice I (1,5 points)

Voici un QCM. Déterminer, sans justifier, pour chacune des deux questions, la bonne réponse parmi celles proposées :

1) La quantité $\dfrac{(e^{2x})^2}{e^{3x+1}e^{-x-1}}$ peut se simplifier en :

a) e^{2x} b) e^{4x+2} c) 1 d) 0

2) On peut écrire $2 + \dfrac{3e^{-x} - 5}{e^{-x} + 1}$ par :

a) $\dfrac{5-3e^x}{1-e^x}$ b) $\dfrac{5+3e^x}{1-e^x}$ c) $\dfrac{5+3e^x}{1+e^x}$ d) $\dfrac{5-3e^x}{1+e^x}$

Exercice II (3,5 points)

1) Simplifier au mieux chacune des expressions suivantes en détaillant vos calculs :

$A = e^{11}\times e^{-3}$; $B = (e^{-5})^3$; $C = \dfrac{e^3\times\left(e^{-2}\right)^2}{e^{-2}\times e}$; $D = e^{\frac{-1}{2}}\times\dfrac{e^{-2}}{e\sqrt{e}}$

2) Développer et réduire les expressions suivantes :

$E = (e^t - 1)^2$; $F = 3e^x(e^x - e^{-x}) - 5(e^x)^2$

Exercice III (4,5 points)

1) Démontrer que pour tout réel x, on a : $1-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}} = \dfrac{e^x}{1+e^x}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

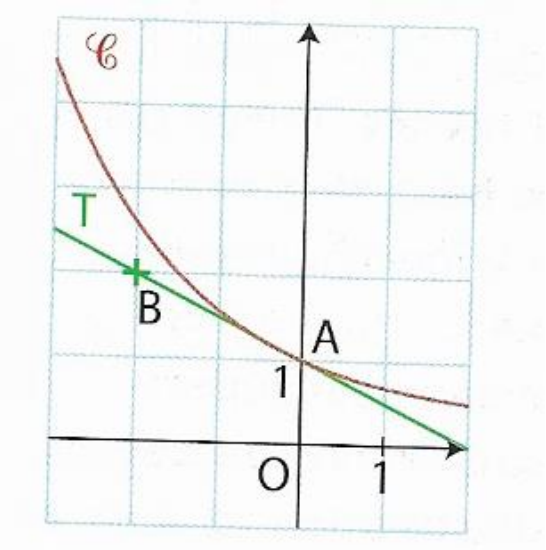
a) $e^{-x+2} = 1$; *b)* $e^{2x+1} = \dfrac{1}{e}$; *c)* $\left(e^{-x}+e\right)(e^x - e) = 0$

d) $e^{-x^2} - e\times e^{7x-9} \leq 0$; *e)* $2xe^{-x} + 3e^{-x} \geq 0$

Exercice IV (2 points)

Voici dans un repère, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme : $f(x) = e^{kx}$, où k désigne un nombre réel.

La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A(0 ; 1) passe par le point B(-2 ; 2).



a) Déterminer graphiquement la valeur de $f'(0)$.

b) Calculer $f'(x)$ en fonction de k et x.

c) En déduire la valeur de k et l'expression de la fonction f.

***Exercice V* (1,5 points)**

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par : $u_n = 2\frac{e^{1,5n}}{(e^{n-1})^2}$.

Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison ainsi que le premier terme.

***Exercice VI* (3points)**

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (6x-2)e^x$.

a) Calculer la fonction dérivée f' de f.

b) En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.

c) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentant f en son point d'abscisse 0.

***Exercice VII* (4 points)**

Lou Ann a étudié la vitesse de croissance de son chiot depuis qu'elle l'a adopté.

La taille de son chien, en centimètres, t mois après l'adoption est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par : $f(t) = \dfrac{120e^t}{e^t+3}$.

a) Déterminer, selon ce modèle, la hauteur du chiot le jour de son adoption.

b) Démontrer que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$, on a : $f'(t) = \dfrac{360e^t}{\left(e^t+3\right)^2}$.

c) Etudier le signe de $f'(t)$ sur $[0 ; +\infty[$ puis en déduire le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.

d) Le chiot est considéré comme adulte lorsque sa taille est supérieure à un mètre.

i) Ecrire un algorithme en Python qui détermine au bout de combien de mois le chiot a une taille supérieure à un mètre.

ii) Déterminer, à l'aide de votre calculatrice, combien de mois après son adoption le chiot sera devenu adulte.