Vous soignerez la présentation de votre copie et encadrerez vos résultats. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Exercice 0 (4 *points*)

0) Ecrire mathématiquement la phrase suivante : une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ est majorée par 1.

1) Soit $\mathscr{P}(n)$ la propriété suivante, où n est entier naturel : $2^n > 2n+1$.

a) $\mathscr{P}(0)$ est –elle vraie ou fausse ? Justifier.

b) $\mathscr{P}(3)$ est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

c) Enoncer la propriété $\mathscr{P}(n+1)$.

2) Voici une fonction en Python :

```python
def u(n):
    u=1
    for k in range (n):
        u=u/(1+2*u)
    return u
```

a) Quelle valeur retourne en sortie cette fonction Python si on tape dans la console : $u(1)$? $u(2)$?
Détaillez vos calculs sur la copie.

b) Déterminer la relation de récurrence vérifiée par la suite (u_n) définie par cette fonction Python.

Exercice I (5 *points*)

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par : $u_n = \dfrac{-2n+1}{n+3}$.

a) Sans justifier, et en utilisant votre calculatrice, compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4
u_n (arrondi à 0,01 près)					

b) Quelle conjecture émettez-vous concernant le sens de variation de la suite (u_n) ?

c) Etablir que pour tout entier naturel n, $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ que l'on précisera.

d) Etudier le sens de variation de f sur $[0\ ;+\infty[$ en passant par le calcul de la dérivée de f.

e) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

⇨⇨⇨⇨⇨

Exercice II **(5 *points*)**

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

1) A l'aide de votre calculatrice, compléter le tableau suivant :

n	1	4	5	7
u_n				

2) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer que pour tout entier naturel n, on a :
$u_n = 1 - 3^n$.

Exercice III **(6 *points*)**

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}75u_n + 2$.

1) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n \leq 8$.

2) En déduire, en bien détaillant votre raisonnement, le sens de variation de la suite (u_n).