Première Spécialité Maths Groupe 4 ***Devoir surveillé numéro 12*** ***Jeudi 1 Juin 2023***

Exercice I **(6 *points*)**

1) Calculer la dérivée des fonctions suivantes : *a)* $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - x + 3$; *b)* $g(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$

2) Etudier le sens de variation de la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par : $k(x) = (x^2+x+1)e^x$.

Exercice II **(4 *points*)**

Soit EFG un triangle tel que : EF $= 7$ *cm*, FG $= 6$ *cm* et EG $= 11$ *cm.*

1) Déterminer la valeur de la mesure en degré de l'angle $\widehat{EFG}$ que l'on arrondira au dixième de degré près.

2) Déterminer la longueur KL, au *mm* près, sachant que LM $= 8$ *cm*, KM $= 10$ *cm* et que $\widehat{LMK} = 45°$.

Exercice III **(2 *points*)**

Donner une équation de la droite $\mathscr{D}$ passant par A$(-1\ ;2)$ et ayant $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$ comme vecteur normal.

Exercice IV **(3 *points*)**

Soit [AB] un segment de 6 *cm* de longueur et de milieu I.

1) En utilisant Chasles, démontrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 18$.
2) Existe-t-il un point M du plan tel que $MA^2 + MB^2 = 10$?
3) Démontrer que l'ensemble formé par tous les points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 26$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice V **(5 *points*)**

Ce bel exercice va vous permettre d'établir une formule étonnante en géométrie, appelée la formule d'Héron d'Alexandrie, et qui permet de calculer l'aire d'un triangle connaissant uniquement la longueur de ses trois côtés.

Soit ABC un triangle. On note $a =$ BC, $b =$ AC et $c =$ AB et enfin $\hat{A}$ la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

La figure ci-contre résume cela.

1) On note S l'aire du triangle ABC. Montrer que $S = \frac{bc\times \sin(\hat{A})}{2}$.

2) Expliquer pourquoi : $\cos(\hat{A}) = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.

3) En déduire que : $\sin^2(\hat{A}) = 1 - \left(\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)^2$, puis que $\sin(\hat{A}) = \frac{\sqrt{(2bc+b^2+c^2-a^2)(2bc-b^2-c^2+a^2)}}{2bc}$.

4) En déduire que $S = \frac{\sqrt{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}}{4}$.
5) On pose enfin $\boldsymbol{d}$ le demi-périmètre de ABC, c'est-à-dire que $\boldsymbol{d} = \frac{a+b+c}{2}$.

Démontrer que : $S = \sqrt{d(d-a)(d-b)(d-c)}$.

<u>Application</u> : valeur exacte de l'aire d'un triangle ABC tel que : AB $= 8$ *cm*, AC $= 7$ *cm* et BC $= 5$ *cm.*