

Nom-Prénom :

Remarque : je ne répons à aucune question durant le contrôle.

Exercice I (4 points)

- 1) Quelle est la parité du nombre $A = 2^{2023} + 5$? Justifier.
- 2) Démontrer que la somme de deux entiers consécutifs est toujours impaire.
- 3) Démontrer que pour tout entier naturel n pair, l'entier $n^2(n+4)$ est un multiple de 8.

Exercice II (4 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 - 2x + 1$.

- a) Calculer $f(-1)$.
- b) Etablir que pour tout réel x , $f(x) = 2 - (x+1)^2$.
- c) En déduire que f admet un maximum sur \mathbb{R} dont on précisera la valeur.
- d) A l'aide de la question b), étudier en justifiant le sens de variation de f sur l'intervalle $[-1 ; +\infty[$.

Exercice III (2 points)

Donner, en justifiant, le meilleur encadrement possible de x^2 , sachant que :

- a) $-5 < x < -3$
- b) $0,5 \leq x \leq 2$.

Exercice IV (2 points)

Sans calculatrice, expliquer pourquoi les deux nombres : $A = 2 - \sqrt{3}$ et $B = \sqrt{2} - 1$ sont positifs.

Question bonus (hors barème, à traiter à la fin) : Comparer A et B en justifiant votre démarche.

Exercice V (2 points)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\sqrt{3x+1} = x - 1$.

Exercice VI (3 points)

Sans calculatrice, comparer dans chaque cas les réels suivants, en justifiant :

- a) $\sqrt{7}$ et $\sqrt{8}$.
- b) $\sqrt{(-1515)^2}$ et 1512.
- c) $\frac{-1}{101}$ et $\frac{-1}{102}$.

Exercice VII (3 points)

A l'aide d'un tableau de signes, résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $\frac{2}{x-1} \geq x - 2$.