Ce travail est à rendre pour le Mercredi 1 Mars. Il permet de travailler le début du chapitre sur les suites.

Vous rendrez ce devoir par groupe de trois ou quatre élèves, avec les noms de chacun d'eux sur chacune des copies rendues.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie, et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

Soit (u_n) la suite définie par : pour tout entier naturel n, $u_n = 4n-7$.

a) Combien vaut le terme de rang 15 de cette suite ?

b) Combien vaut le 49$^{\text{ième}}$ terme de cette suite.

c) Représenter dans un repère les cinq premiers points du nuage de points associé à cette suite.

Exercice II

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 20$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n - (n-4)^2$.

a) Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

b) A l'aide de votre calculatrice, donner la valeur de u_{10}.

c) Emettre une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n), puis étudier le sens de variation de cette suite.

Exercice III

Un youtubeur comptait 750 abonnés le 01/01/2019.

Il constate que chaque mois, il conserve 60 % des abonnés et 100 nouveaux abonnés arrivent.

On note, pour tout entier naturel n, u_n le nombre d'abonnés n mois après Janvier 2019.

a) Combien vaut u_0 ?
b) Calculer u_1.
c) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
d) A l'aide de votre calculatrice, prévoir combien d'abonnés il aura au 01/02/2021.

Exercice IV

On considère l'algorithme ci-contre :

```
U ← 1
Pour i allant de 1 à 10 :
    U ← (U − 1)/(U − 2)
Fin Pour
```

a) Déterminer le rôle de cet algorithme vis-à-vis d'une suite à définir.

b) Le coder en Python de telle sorte, qu'il affiche, pour l'entier naturel n du choix de l'utilisateur, tous les termes de la suite dont le rang est inférieur ou égal à n.

Faire une capture d'écran à joindre avec la copie.

c) Utiliser cet algorithme pour émettre une conjecture concernant le sens de variation de cette suite.

Exercice V

1) Etudier, pour chacune des suites suivantes, son sens de variation :

a) (u_n) est définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \dfrac{2n}{n+2}$

b) (v_n) est définie pour tout entier naturel n par : $v_n = 3^n - 2$

c) (w_n) est définie pour tout entier naturel n par : $w_n = n^2 - 3n + 12$

2) Soit (x_n) la suite définie, pour tout entier naturel n par : $x_n = \left(\dfrac{n^2}{n+1}\right)^{n+1}$.

Exprimer x_{n-1} et x_{n+1} en fonction de n, pour $n \geq 1$.

Exercice VI

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse :

1. Si pour tout entier naturel n, $u_n = n^2$ alors pour tout entier naturel n, $u_{2n} = 2n^2$.

2. Si $(w_n)_{n\geqslant 0}$ est la suite définie par $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = w_n + \dfrac{1}{n+1}$, alors $w_3 = \dfrac{17}{6}$.

3. Si la suite (v_n) définie pour $n \in \mathbb{N}$ est telle que $v_0 \geqslant v_1 \geqslant v_2$, alors la suite (v_n) est décroissante.

4. Si la suite (d_n) est une suite arithmétique telle que $d_{12} = 45$ et $d_{21} = 51$ alors sa raison est $\frac{2}{3}$.

Exercice VII

Pour chacune des suites suivantes, déterminer si elle est arithmétique ou non :

a) (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = n^2 - n$.

b) (v_n) définie par : $v_n = \frac{2n+1}{3}$.

Exercice VIII

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison R.

1) Sachant que $u_0 = 1$ et $u_{10} = 31$, déterminer R puis u_{2023}.

2) En déduire la valeur du 312[ième] terme de la suite (u_n).

3) (v_n) est une suite arithmétique telle que : $v_{17} = 24$ et $v_{40} = 70$. Déterminer son premier terme v_0 et sa raison.

4) Calculer $S_{30} = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_{30} = \sum_{k=0}^{30} v_k$.

5) Existe-t-il un entier naturel n, tel que : $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = 312$. Le déterminer dans l'affirmative.

Exercice IX

Calculer la somme de tous les entiers multiples de 13 inférieurs à 9999.

Exercice X

On donne l'algorithme ci-contre :

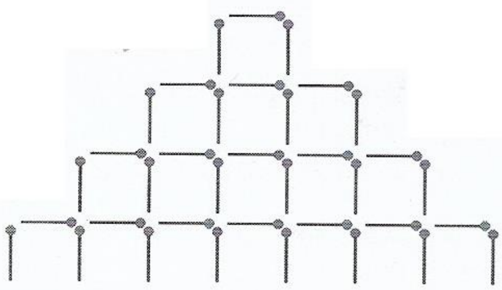
```
def mystere(n):
    U=1
    S=0
    for k in range(n):
        U=U+3
        S=S+U
    print(S)
```

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la suite dont la valeur des termes est stockée dans la variable U.

b) Préciser le but de cet algorithme, puis donner le résultat obtenu en fin d'algorithme lorsqu'on tape dans la console : mystere(11).

Exercice XI

En posant des allumettes de même longueur sur une table, on réalise une figure plane donnée sur la figure ci-dessous.
Combien d'étages peut-on construire avec 10 440 allumettes ? On proposera un algorithme puis on vérifiera le résultat par le calcul.



Exercice XII

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On place sur un cercle n points distincts et l'on s'intéresse au nombre p_n de segments ayant pour extrémité deux de ces points.

1) Déterminer les valeurs : p_2, p_3, p_4 et p_5.

2) n points sont placés sur le cercle et les p_n segments étant tracés, on ajoute un nouveau point distinct des précédents sur le cercle.

Combien de nouveaux segments peut-on tracer ?

En déduire une relation de récurrence entre p_{n+1} et p_n.

3a) Compléter les lignes suivantes :

$p_2 = 1$
$p_3 = p_2 + \ldots$
$p_4 = p_3 + \ldots$
$\ldots = \ldots$
$p_n = p_{n-1} + \ldots$

3b) En additionnant terme à terme les égalités précédentes, exprimer p_n en fonction de n.