***Terminale Maths Groupe 3*** ***Devoir à la maison numéro 7*** ***Novembre 2023***

***Nota bene* : ce travail sur les probabilités est à rendre pour le 5 Décembre. Vous rendrez *un seul lot* de copies DOUBLES par groupe de 3 ou 4 élèves, avec *les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe* sur *chaque copie du lot*.**

***Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.***
***Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.***

***Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.***

## ***Exercice I***

Déterminer, en justifiant, chacune des limites suivantes :

*a)* $\lim\limits_{\begin{cases} x \to 1 \\ x < 1 \end{cases}} \dfrac{x+1}{\sqrt{1-x}}$

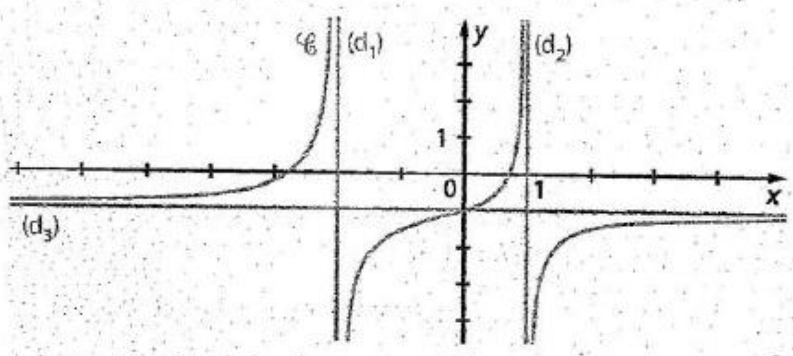
*b)* $\lim\limits_{x \to -\infty} (-2x + 30\sin(x))$

*c)* $\lim\limits_{x \to +\infty} (4x + 3 - 2\sqrt{x})$

*d)* $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(2 + \dfrac{cos^2(x)}{x}\right)$

## ***Exercice II***

$f$ est une fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. Les droites $(d_1)$, $(d_2)$ et $(d_3)$ sont des asymptotes à $\mathscr{C}$.




1. Donner une équation de chaque asymptote.
2. Lire sur le graphique les limites de $f$ en $-\infty$, en $+\infty$, en $-2$ à gauche et à droite, en 1 à gauche et à droite.
3. Dresser le tableau de variation de $f$.

***Exercice III***

$f$ est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous :

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $0$ |

1. Lire dans le tableau les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Soit $g$ la fonction telle que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
$\mathscr{C}_g$ est la courbe représentative de $g$.
a. Déterminer l'ensemble de définition de $g$.
b. Déterminer les limites de $g$ en $-\infty$, en 3 (à gauche et à droite) et en $+\infty$.
c. En déduire l'existence d'asymptotes à $\mathscr{C}_g$.

***Exercice IV***

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f$ définie par : $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$ .

2) Démontrer que la courbe représentative de $f$ admet une asymptote parallèle à l'axe des abscisses en $+\infty$.

***Exercice V***

Faire chacun des petits exercices suivants de votre livre :

44 page 244 ; 54 page 245 ; 67 page 246 ; 77 page 246 ; 69 page 246

***Exercice VI***

101 page 251

***Exercice VII***

102 page 251.

***Exercice VIII***

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction cosinus hyperbolique, notée *ch*, par : pour tout réel $x$, $ch(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$.

On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction sinus hyperbolique, notée *sh*, par : pour tout réel $x$, $sh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$.

On se propose d'étudier ces fonctions et de voir quelques propriétés les concernant.

*a*) Déterminer la limite en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune de ces fonctions.

*b*) Montrer que la fonction *ch* est paire et à valeurs positives sur $\mathbb{R}$, et que *sh* est impaire sur $\mathbb{R}$.

*c*) Démontrer que pour tout réel $x$, $sh'(x) = ch(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction *sh* sur $\mathbb{R}$, puis dresser son tableau de variation.

*d*) Démontrer que pour tout réel $x$, $ch'(x) = sh(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction *ch* sur $\mathbb{R}$ puis dresser son tableau de variation.

*e*) Etudier la convexité de chacune de ces deux fonctions sur $\mathbb{R}$.

*f*) Démontrer que pour tout réel $x$, $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$.

*g*) On définit enfin la fonction tangente hyperbolique, notée $th$, par : $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)}$.

*h*) Déterminer son ensemble de définition.

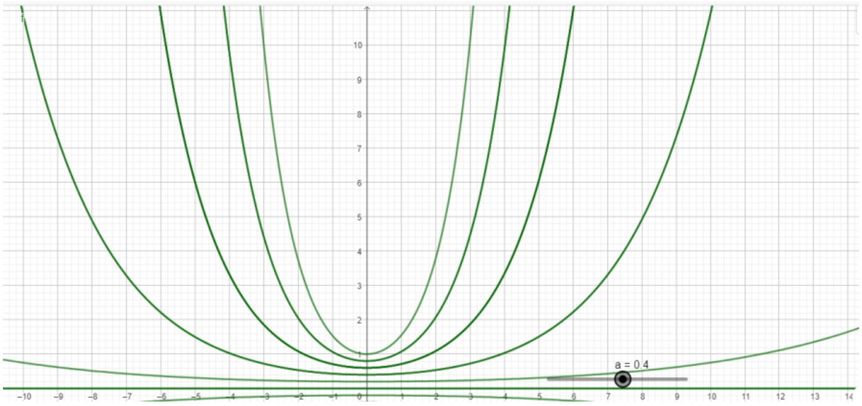
*i*) Déterminer les limites aux bornes de son ensemble de définition. Qu'en déduit-on concernant la courbe représentative de cette fonction ?

*j*) Déterminer le sens de variation de cette fonction et construire son tableau de variation.

*k*) A l'aide de Geogebra, tracer dans un même repère les courbes représentatives des trois fonctions étudiées dans cet exercice.

***Point culture*** **: la fonction *ch* sert à définir ce qu'on appelle les fonctions chaînettes : lorsqu'une chaîne, ou un câble est suspendu entre deux poteaux verticaux, la forme prise par la chaîne ou le câble est celle d'une chaînette modélisée par une fonction *f* de la forme : $f(x) = ach(ax)$ où $a$ est un réel donné, alors que notre intuition et notre vue laisseraient à penser que c'est une parabole !**

**Voici quelques chaînettes :**



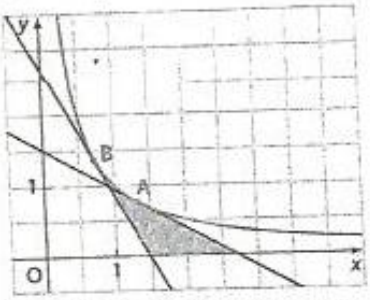

**Les exercices suivants sont facultatifs et servent à se préparer au post bac.**

**I-** **Vrai ou faux ?**

- Peut-on affirmer que si $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - g(x)) = 0$ ?

**II-** Dans cet exercice, vous serez méthodiques et ne vous affolerez pas pour les calculs un peu lourds à mener !

La courbe rouge ci-dessous représente dans un repère orthonormé la fonction *f* définie pour $x > 0$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.
$a$ est strictement supérieur à 1.




Les points A et B de la courbe ont pour abscisses respectives $a$ et $\frac{1}{a}$.
On note $S(a)$ l'aire du triangle coloré déterminé par les tangentes en A et B à la courbe et l'axe des abscisses.
Étudiez la limite de $S(a)$ lorsque $a$ tend vers $+\infty$.