Première Maths Groupe 4 — ***Devoir à la maison numéro 7*** — ***Décembre 2022***

Ce travail est à rendre pour le Mercredi 11 Janvier. Il fait une synthèse sur la dérivation.

Vous rendrez ce devoir par groupe de trois ou quatre élèves, avec les noms de chacun d'eux sur chacune des copies rendues.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie, et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

Numéro 35 page 147.

Exercice II

Exercice 47 *a)* seulement page 149 ; 50 *a)* seulement page 149 ; 51 *b)* seulement page 149.

Exercice III

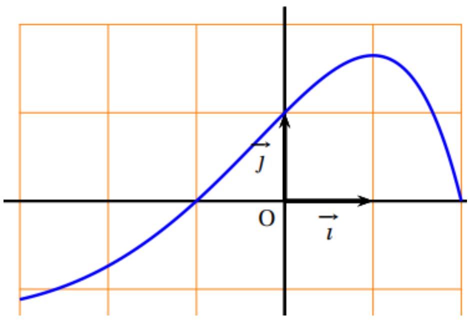
Exercice 61 page 150.

Exercice IV

f est une fonction dérivable sur l'intervalle [-3 ; 2].

On sait de plus que la courbe de f passe par le point A(0 ; -1).

Enfin, la courbe ci-dessous, notée $C_{f'}$,est la courbe représentative de la fonction f' (dérivée de f).



Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse :

Affirmation 1 : “ Pour tout réel x appartenant à l'intervalle [-3 ; -1], $f'(x) \leqslant 0$ ”.

Affirmation 2 : “ La fonction f est croissante sur l'intervalle [-1 ; 2] ”.

Affirmation 3 : “ Pour tout réel x appartenant à l'intervalle [-3 ; 2], $f(x) \geqslant -1$ ”.

Affirmation 4 : “ La tangente à la courbe C_f représentant la fonction f, en son point d'abscisse 0 passe par le point B de coordonnées (1 ; 0) ”.

Exercice V

Exercice 64 page 150 du livre.

Exercice VI

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x^2 + ax$, où a est un réel quelconque.

Déterminer toutes les valeurs du réel a pour lesquelles la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice VII

Exercice 83 page 152 du livre.

Exercice VIII

Partie A : ***Etude d'une fonction.***

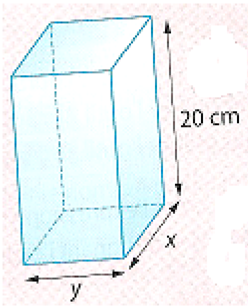
Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = 4x + \dfrac{2}{x} + 1$.

a) Calculer $f'(x)$.

b) En déduire le sens de variation de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ et dresser son tableau de variation.

Partie B : ***Un problème d'optimisation.***

On veut construire des boîtes en carton, avec couvercle, ayant la forme d'un pavé droit et de volume 1 dm^3.



On impose de plus une hauteur de 20 cm au pavé.

x et y sont exprimés en dm.

a) Etablir que $y = \dfrac{1}{2x}$.

b) Exprimer en fonction de x uniquement l'aire totale des six faces du pavé.

c) En déduire les dimensions arrondies au mm près, de la boîte nécessitant le moins de carton possible.

Exercice IX

Parmi tous les cônes de génératrice mesurant 30 cm, déterminer le rayon et la hauteur du cône ayant un volume maximal.

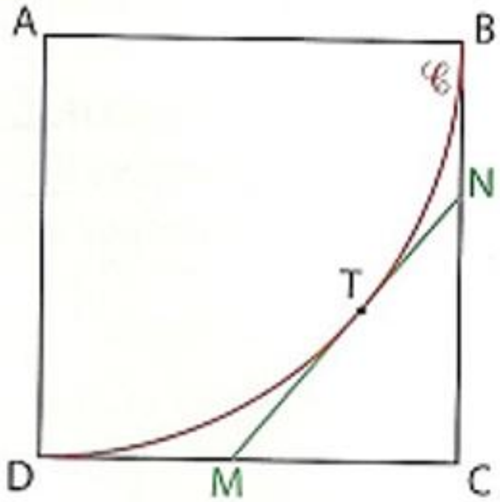
Exercice X ***(facultatif, pour les élèves souhaitant chercher davantage.)***

On considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation : $y = x^2$, courbe représentative de la fonction carrée. Soit $M(\alpha\ ;\ \beta)$ un point fixé du plan.

Discuter du nombre de tangentes à cette parabole $\mathcal{P}$ passant par le point M.

Exercice XI ***(facultatif, pour les élèves souhaitant chercher davantage.)***

ABCD est un carré de côté 1. $\mathscr{C}$ est le quart de cercle de centre A, de rayon AB contenu dans le carré.



T est un point de $\mathscr{C}$ distinct de B et D. La tangente en T à $\mathscr{C}$ coupe le segment [DC] en M et le segment [BC] en N. On note x = DM et y = BN.

1. a) Démontrer que $MN^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$.

b) Établir que $MN = MT + TN = x + y$.

c) Déduire de **a)** et **b)**, l'expression de y en fonction de x.

d) Exprimer alors MN en fonction de x.

2. f est la fonction définie sur $]0\,;1[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$$

a) Étudier les variations de f.

b) Pour quelle position du point M, la longueur MN est-elle minimale ?