Nota bene **: *Ce travail est à remettre pour le Mercredi 29 Novembre.***

Vous vous mettrez par groupe de deux à quatre élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.
AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE.

Exercice I

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère le carré $OIAJ$.
K est le milieu du segment $[OI]$, L est le centre du carré $OIAJ$ et enfin, M est le milieu du segment $[JL]$.
Faire une figure en prenant comme unité 8 carreaux sur chacun des axes.

1a) Donner *sans justifier*, les coordonnées des points : O, I, J, A, K et L.

1b) Calculer en justifiant, les coordonnées du point M.

2) Déterminer, en justifiant, quelle est la nature du triangle MAK. On donnera une réponse la plus précise possible.

3a) Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle MAK.
3b) Construire sur la figure de l'énoncé, le point H, projeté orthogonal du point M sur la droite (AK).
3c) En déduire la valeur exacte de la distance du point M à la droite (AK).

Exercice II

Soit ABC un triangle rectangle en A. Soit M un point du segment $[BC]$, E le projeté orthogonal de M sur la droite (AB) et F le projeté orthogonal de M sur la droite (AC).

1a) Faire une figure.

1b) Déterminer, en justifiant, la nature du quadrilatère $AEMF$.

2) On se propose de déterminer la position du point M sur $[BC]$ de telle sorte que la longueur EF soit minimale (= la plus petite possible).

(i) En utilisant la question $b)$, démontrer que cela revient à rendre minimale la distance AM.

(ii) En déduire la position du point M sur le segment $[BC]$.

(iii) On appelle H le point du segment $[BC]$ tel que AM soit minimale. Placer H sur la figure.

2) $a)$ Soit $x = AB$ et $y = AC$. Calculer BC en fonction de x et y.

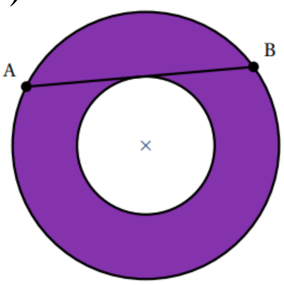
$b)$ En exprimant de deux façons différentes l'aire du triangle ABC, déterminer AH (valeur exacte sans racine carrée au dénominateur).

$c)$ Si $x = 8\ cm$ et $y = 4\ cm$, donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au millimètre près de AH.

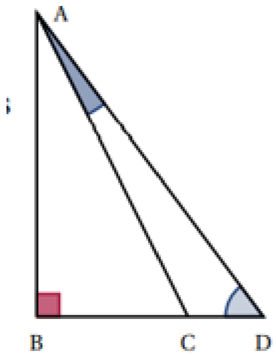
Exercice III **(*les deux questions sont indépendantes*)**

1)

Calculer l'aire de la figure grisée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.



2)



$AB = 15$, $\widehat{ADB} = 65°$ et $\widehat{CAD} = 10°$.

ABD est un triangle rectangle en B. Calculer le périmètre du triangle ACD.

Exercice IV **(*exercice facultatif*)**

1) Construire un triangle ABC quelconque. Soit d_1 la droite parallèle à (BC) passant par A, d_2 la droite parallèle à (AC) passant par B, et d_3 la droite parallèle à (AB) passant par C.
On appelle M le point d'intersection des droites d_1 et d_2, N le point d'intersection de d_2 et d_3 et P le point d'intersection de d_1 et d_3.
Compléter la figure.

2*a*) Quelle est la nature des quadrilatères $APCB$ et $ACBM$? Justifier.
2*b*) Qu'en déduisez-vous concernant le point A ?
2*c*) On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Que représente la droite (AH) pour le triangle MNP ? Justifier.

2*d*) En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice V

1) Ecrire des inégalités vérifiées par les réels x dans chacun des cas suivants :

a) $x \in [0\,;1{,}5]$; *b)* $x \in]1{,}2\,;+\infty[$; *c)* $x \notin [3\,;+\infty[$

2) Dire à quel intervalle, le plus "petit possible" appartient le réel x dans chacun des cas suivants :
a) $1 < x \leq 3{,}4$; *b)* $x > 3$

Exercice final **(*pour travailler la logique*)**

Au cinéma, une rangée de 23 sièges est occupée uniquement par des koalas et des kangourous, un animal par siège. Chaque animal, koala ou kangourou, a au moins un kangourou assis à côté de lui. Combien, au maximum, peut-il y avoir de koalas dans cette rangée ?