Seconde 4 — **Devoir à la maison numéro 6** — **Novembre 2022**

***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 21 Novembre.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ placer les points $B(1\ ;-2)$, $C(-3\ ;4)$ et $E(0\ ;6)$.
Démontrer que les droites (BC) et (EC) sont perpendiculaires.

2) Soit $F(2\ ;2)$. Le point F appartient-il au cercle de diamètre BC ? Justifier.

Exercice II

1) Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque. M, N, P et Q les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

Faire plusieurs (4 ou 5) quadrilatères $ABCD$, et placer sur chaque figure, les points M, N, P et Q. Vous pouvez utiliser Geogebra si vous le souhaitez.

Quelle *conjecture* faites-vous concernant la nature du quadrilatère $MNPQ$?

2) On se propose de démontrer que la conjecture effectuée à la question 1) est vraie :

On se place dans le repère $(A ; B ; C)$ du plan. Soit $(a ; b)$ les coordonnées du point D dans ce repère.

i) Après avoir rappelé les coordonnées des points A, B et C, exprimer, en fonction de a et b, les coordonnées des points M, N, P et Q.

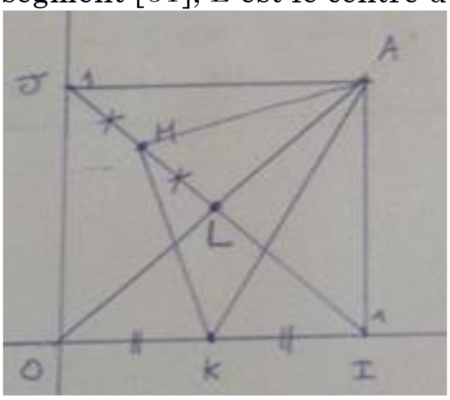
ii) Exprimer, en fonction de a et b, les coordonnées des points V et W, où V est le milieu de $[MP]$ et W le milieu de $[NQ]$.

iii) Qu'en déduisez-vous concernant les segments $[MP]$ et $[NQ]$?

iv) Conclure quant à la nature du quadrilatère $MNPQ$?

Exercice III

Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère le carré $OIAJ$.
K est le milieu du segment $[OI]$, L est le centre du carré $OIAJ$ et enfin, M est le milieu du segment $[JL]$.



1a) Donner ***sans justifier***, les coordonnées des points : O, I, J, A, K et L.

1b) Calculer en justifiant, les coordonnées du point M.

2) Déterminer, en justifiant, quelle est la nature du triangle MAK. On donnera une réponse la plus précise possible.

3a) Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle MAK.
3b) Construire sur la figure de l'énoncé, le point H, projeté orthogonal du point M sur la droite (AK).
3c) En déduire la valeur exacte de la distance du point M à la droite (AK).

Exercice IV ***(exercice facultatif)***

1) Construire un triangle ABC quelconque. Soit d_1 la droite parallèle à (BC) passant par A, d_2 la droite parallèle à (AC) passant par B, et d_3 la droite parallèle à (AB) passant par C.
On appelle M le point d'intersection des droites d_1 et d_2, N le point d'intersection de d_2 et d_3 et P le point d'intersection de d_1 et d_3.
Compléter la figure.

2a) Quelle est la nature des quadrilatères $APCB$ et $ACBM$? Justifier.
2b) Qu'en déduisez-vous concernant le point A ?
2c) On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Que représente la droite (AH) pour le triangle MNP ? Justifier.

2d) En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice V

Soit ABC un triangle rectangle en A. Soit M un point du segment $[BC]$, E le projeté orthogonal de M sur la droite (AB) et F le projeté orthogonal de M sur la droite (AC).

1a) Faire une figure.
1b) Déterminer, en justifiant, la nature du quadrilatère $AEMF$.
2) On se propose de déterminer la position du point M sur $[BC]$ de telle sorte que la longueur EF soit minimale (= la plus petite possible).
(i) En utilisant la question *b)*, démontrer que cela revient à rendre minimale la distance AM.

(ii) En déduire la position du point M sur le segment $[BC]$.

(iii) On appelle H le point du segment $[BC]$ tel que AM soit minimale. Placer H sur la figure.

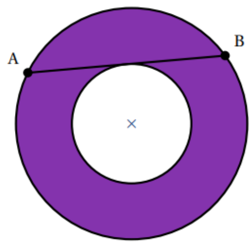
2) *a)* Soit $x = AB$ et $y = AC$. Calculer BC en fonction de x et y.

b) En exprimant de deux façons différentes l'aire du triangle ABC, déterminer AH (valeur exacte sans racine carrée au dénominateur).

c) Si $x = 8$ *cm* et $y = 4$ *cm*, donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au millimètre près de AH.

Exercice VI

Calculer l'aire de la figure grisée, sachant que la longueur de la corde [AB], tangente au petit cercle, est de 24 cm.



***Exercice final* (pour travailler la logique et le calcul algébrique)**

1.

10 robots sont en file indienne. Chaque robot est soit un menteur (et il ment tout le temps), soit un véridique (qui dit toujours la vérité). Chacun des dix dit : « Il y a plus de menteurs devant moi que de véridiques derrière moi ». Combien y a-t-il de menteurs dans la file ?

2. *Simplifier l'expression :* $E = \dfrac{4^n 3^{2n} - 1}{2^n 3^n + 1}$