

Nota bene : Ce travail de géométrie repérée est à remettre pour le 18 Novembre.

Vous vous mettez par groupe de deux à quatre élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I Soit $(O ; I ; J)$ un repère orthonormé.

a) Placer dans ce repère, les points suivants : $A(4 ; 3)$; $B(8 ; 5)$ et $D(9 ; - 2)$.

b) Calculer les coordonnées du point K milieu de $[AB]$.

c) Montrer que le triangle ABD est isocèle en D .

d) Construire le point C symétrique de D par rapport au point K .
Déterminer par le calcul les coordonnées du point C .

e) Montrer avec soin que le quadrilatère $ADBC$ est un losange.

f) Le point $L(7,6 ; 2,4)$ appartient-il au cercle de diamètre AB ? Justifier.

Exercice II

1) Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque. M, N, P et Q les milieux respectifs des segments $[AB], [BC], [CD]$ et $[DA]$.

Faire plusieurs (4 ou 5) quadrilatères $ABCD$, et placer sur chaque figure, les points M, N, P et Q . Vous pouvez utiliser Geogebra si vous le souhaitez,

Quelle *conjecture* faites-vous concernant la nature du quadrilatère $MNPQ$?

2) On se propose de démontrer que la conjecture effectuée à la question 1) est vraie :

On se place dans le repère $(A ; B ; C)$ du plan. Soit $(a ; b)$ les coordonnées du point D dans ce repère.

i) Après avoir rappelé les coordonnées des points A, B et C , exprimer, en fonction de a et b , les coordonnées des points M, N, P et Q .

ii) Exprimer, en fonction de a et b , les coordonnées des points V et W , où V est le milieu de $[MP]$ et W le milieu de $[NQ]$.

iii) Qu'en déduisez-vous concernant les segments $[MP]$ et $[NQ]$?

iv) Conclure quant à la nature du quadrilatère $MNPQ$?

Exercice III Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ placer les points $B(1 ; -2)$, $C(-3 ; 4)$ et $E(0 ; 6)$.

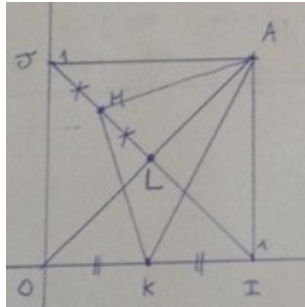
Démontrer que les droites (BC) et (EC) sont perpendiculaires.

2) Soit $F(2 ; 2)$. Le triangle FBC est-il rectangle ? Justifier.

Exercice IV

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère le carré $OIAJ$.

K est le milieu du segment $[OI]$, L est le centre du carré $OIAJ$ et enfin, M est le milieu du segment $[JL]$.



1a) Donner sans justifier, les coordonnées des points : O, I, J, A, K et L .

1b) Calculer en justifiant, les coordonnées du point M .

2) Déterminer, en justifiant, quelle est la nature du triangle MAK . On donnera une réponse la plus précise possible.

3a) Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle MAK .

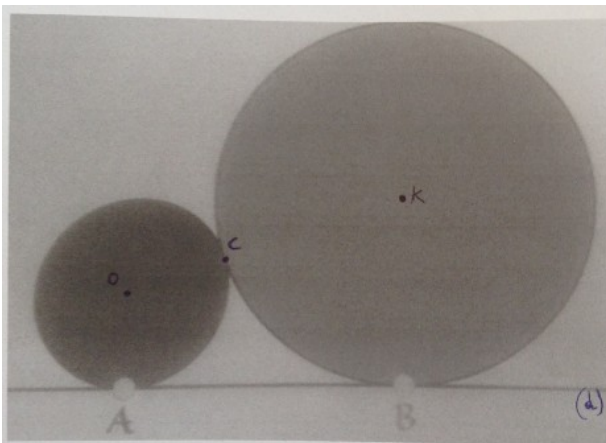
3b) Construire sur la figure de l'énoncé, le point H , projeté orthogonal du point M sur la droite (AK) .

3c) En déduire la valeur exacte de la distance du point M à la droite (AK) .

Défi (facultatif)

Le petit cercle de centre O et de rayon r est tangent en le point A à la droite (d) , et le gros cercle de centre K et de rayon R est tangent en le point B à cette même droite (d) .

Le petit et le gros cercle sont respectivement tangents en le point C , c'est-à-dire qu'ils ont, en le point C qui leur est commun, la même tangente.



1) Expliquer pourquoi les points O, C et K sont alignés.

2) Exprimer AB en fonction de r et R .

Indication : on pourra introduire le point H , intersection de la droite (BK) et de la droite parallèle à (AB) passant par le point O .