Seconde **_Devoir à la maison numéro 3_** **_Octobre 2021_**

Nota bene : _Ce travail est à remettre pour le 15 Octobre._

Vous vous mettrez par groupe de deux ou trois élèves, et rendrez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE

Exercice I

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \dfrac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$; $B = \left(\dfrac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$; $C = 16 \times 2^9$

$D = \dfrac{27^6 \times 3^7}{9^8}$; $E = \dfrac{4^6}{2^4} + \dfrac{2}{2^{-7}}$; $F = \dfrac{\left(3^4\right)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$; $G = \left(\dfrac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$ où x est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme : $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs : $E = a^{-14}b^{-6}(ab)^3$.

3) Démontrer que pour tout entier relatif n, l'expression : $9^{5-n} \times 3^{2n-6}$ a une valeur indépendante de n que l'on calculera.

Exercice II

Ecrire sans racine carrée au dénominateur chacune des quantités suivantes : $A = \dfrac{6}{\sqrt{3}}$; $B = \dfrac{\sqrt{7}}{2 - 3\sqrt{7}}$

Exercice III

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est entier naturel le plus petit possible et a entier :

$A = \sqrt{147}$; $B = \sqrt{8} \times \sqrt{56}$; $C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$

2) Ecrire sous la forme : $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers, et c est un entier naturel le plus petit possible :

$A = (1 - \sqrt{3})^2$; $B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2$; $C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

3) $ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = \sqrt{200} - \sqrt{98}$ et $BC = \dfrac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}} - \sqrt{8}$. (AB et BC exprimées en mètres).Démontrer que $ABCD$ est un carré, puis calculer son aire en valeur exacte.

4) Soient a et b deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions

$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$

$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$

$E = (5a^7 + 2b^3)^2$

5) Calculer, *sans calculatrice,* et en expliquant votre démarche : $E = \sqrt{66666^2 - 44444^2 - 22222^2}$

6*a*) Factoriser en un produit de deux facteurs : $G = x^2 - 3$

6*b*) Factoriser en un produit de trois facteurs : $a^4 - b^4$

6c) Simplifier : $\left(2^{(2^n)}\right)^{2^n}$; $2^{(2^n)} \times 2^{(2^n)}$

7) Déterminer dans chaque cas l'entier naturel n tel que : $2^4 \times 3^2 \times 5^6 \times 7^2 = n^2$

$3^{2001} + 3^{2002} + 3^{2003} = n \times 3^{2001}$ $\quad$ $8^n = 2^n \times 2^{12}$

Exercice IV

1) Trouver l'écriture scientifique de $A = \dfrac{2,5\times(10^{-3})^2\times4\times10^7}{0,8\times10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 3 00 millions de mètres par seconde, pendant une année.

Déterminer, en *km*, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

Exercice V

Soit n un entier naturel et $A(n) = \dfrac{4^n + 4^{n+1}}{(2^n)^2}$.

a) Calculer la valeur de $A(n)$ lorsque : $n = 0$, puis $n = 1$, puis $n = 2$ puis $n = 3$.

b) Quelle conjecture (=constat légitime) émettez-vous ?

c) En factorisant le numérateur de $A(n)$, démontrer que la conjecture effectuée à la question *b*) est vraie pour tout entier naturel n.

Exercice VI

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : (ne pas oublier de mentionner l'ensemble des solutions en fin de résolution).

a) $\dfrac{2}{3}x - 1 = -\dfrac{x}{2}$; *b*) $6 - 4x = 5x - 11$; *c*) $2x - 6 = 1 - 1,32\,x$; *d*) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{2}{3} + \dfrac{x}{5}$

e) $(2x+3)^2 = (4x + 1)(x - 5)$; *f*) $3(2 - 6x) - 2(2x - 5) = x + 11 + (5x - 2)^2 - (5x+6)(5x - 8)$

2*a*) Isoler h dans : $v^2 = 2gh$ (g différent de 0).

2*b*) Isoler m dans : $E = \dfrac{1}{2}mv^2 + mgh$ (v, g et h strictement positives).

Exercice VII **(*facultatif, pour chercher plus*).**

Matt est vénère… son professeur de maths lui demande, sans calculatrice, de trouver la valeur de :

$$A = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}.$$

Vous allez faire en sorte de rendre *Matt* plus zen, en lui expliquant comment s'en sortir.