

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 13 Octobre dernier délai.

*Vous vous mettez par groupe de deux à quatre élèves, et rendez alors des copies **DOUBLES** pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.*

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE-PAS DE COPIE INDIVIDUELLE

Exercice I

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$; $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$; $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$; $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$; $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$; $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$ où x est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme : $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs : $E = a^{-14} b^{-6} (ab)^3$.

3) Démontrer que pour tout entier relatif n , l'expression : $4^{4-n} \times 2^{2n-6}$ a une valeur indépendante de n que l'on calculera.

4) Factoriser en un produit de deux facteurs : $G = x^2 - 13$.

5) Factoriser en un produit de **trois** facteurs : $a^4 - b^4$.

6) Simplifier : $\left(2^{(2^n)}\right)^{2^n}$; $2^{(2^n)} \times 2^{(2^n)}$

7) Déterminer dans chaque cas l'entier naturel n tel que : $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$; $2^4 \times 3^2 \times 5^6 \times 7^2 = n^2$

8) Quel est le plus grand commun diviseur de $2^{2021} + 2^{2022}$ et $3^{2021} + 3^{2022}$?

9) Combien vaut le nombre : $\sqrt{1 + 2007 \sqrt{1 + 2006 \sqrt{1 + 2005 \sqrt{1 + 2004 \sqrt{1 + 2003 \times 2001}}}}}$?

Exercice II 1) Trouver l'écriture scientifique de $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 3 00 millions *de mètres par seconde*, pendant une année.

Déterminer, en *km*, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) En chimie, la mole est une quantité de matière (formée d'atomes identiques par exemple) qui contient $6,02214076 \times 10^{23}$ de ces atomes.

Sachant qu'une mole de carbone a une masse de 12 grammes, déterminer un ordre de grandeur de la masse d'un atome de carbone.

4) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de 802500×1995874561 sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

Exercice III

Soit n un entier naturel et $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$.

- Calculer la valeur de $A(n)$ lorsque : $n = 0$, puis $n = 1$, puis $n = 2$ puis $n = 3$.
- Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?
- En factorisant le numérateur de $A(n)$, démontrer que la conjecture effectuée à la question $b)$ est vraie pour tout entier naturel n .

Exercice IV

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est entier naturel le plus petit possible et a entier :

$$A = \sqrt{147} \quad ; \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad ; \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme : $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers, et c est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad ; \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 \quad ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

3) $ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = \sqrt{200} - \sqrt{98}$ et $BC = \frac{\sqrt{350}}{\sqrt{7}} - \sqrt{8}$. (AB et BC exprimées en mètres). Démontrer que $ABCD$ est un carré, puis calculer son aire en valeur exacte.

4) Soient a et b deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

5) Calculer, *sans calculatrice*, et en expliquant votre démarche : $F = \sqrt{66666^2 - 44444^2 - 22222^2}$

Exercice V

Ecrire sans racine carrée au dénominateur chacune des quantités suivantes : $A = \frac{6}{\sqrt{3}}$; $B = \frac{\sqrt{7}}{2 - 3\sqrt{7}}$

Exercice VI

Matt kiffe sévère les mathématiques, mais aujourd'hui, il est grave vénère.

Son professeur de maths lui demande de simplifier l'expression E suivante, où a et b sont des réels positifs tels que : $a > \sqrt{b}$:

$$E = \sqrt{\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}}$$

Vous allez faire en sorte de rendre *Matt* plus zen, en lui expliquant comment s'en sortir.

Exercice VII (pour travailler la logique)

Quatre kangourous ont des tailles différentes. A dit : « je ne suis ni le plus grand ni le plus petit ». B dit : « je ne suis pas le plus petit ». C dit : « je suis le plus grand ». D dit : « je suis le plus petit ». Un a menti et les trois autres ont dit la vérité. Qui est le plus grand ?

- A) A B) B C) C D) D E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Justifier votre réponse en rédigeant.

Exercice VIII (facultatif mais délicieux)

Exprimer la différence entre l'aire hachurée et l'aire grisée :

