

Nota bene : Ce travail est à remettre pour le 13 Octobre.

Vous pouvez déjà traiter plusieurs exercices au vu de l'avancement du chapitre. N'attendez pas la dernière minute pour commencer ce DM !

Vous vous mettez par groupe de deux à cinq élèves, et rendez alors une seule copie pour le groupe avec le nom de chacun des élèves.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt automatique de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

AUCUN RETARD NE SERA TOLERE

Exercice I

Soit x et y deux réels non nuls.

a) Donner dans chaque cas l'expression algébrique correspondante à :

1) le carré de la différence de x et y . 2) la somme du carré de x et du tiers de y .

3) la différence entre le produit de x et y et la somme de x et y .

4) La somme du carré de la différence entre x et y et du double du produit de x et y .

b) Un pavé droit a pour longueur x , pour largeur y , et pour hauteur h . Exprimer en fonction de x , y et h , l'aire totale des faces de ce pavé droit.

Exercice II

1) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 6(2x - 1) + (2x + 1)(x - 3) \quad B = (-3x + 2)(-x - 2) - (x + 5)(x - 4) \quad C = 3(2ab - 4ab^2)ab^2$$

$$D = (7x - 2y)^2 + (3x + 4y)^2.$$

2) Factoriser les expressions suivantes : $E = 2x^2 - x$ $F = 4x - 16$ $G = x^2 - 14x + 49$

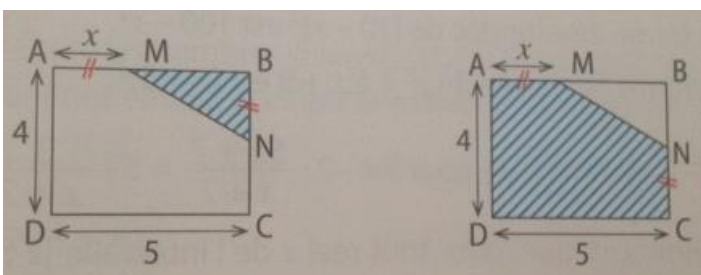
$$H = 6x + 14 + (3x + 7)^2 \quad I = (3x + 5)^2 - (x - 8)^2 \quad J = (x - 3)^2 - 16 + (x + 1)(x + 2)$$

$$K = x^2 - \frac{4}{9}a^2 \quad L = 10^{n+1} + 10^n \quad M = x^3 + x^2 + x + 1 \quad N = 5x(4x - 1) + 16x^2 - 1$$

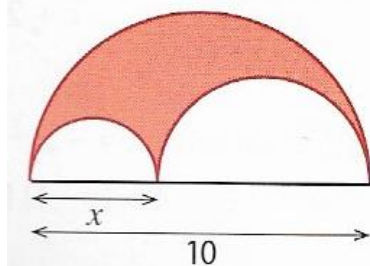
2) Développer $(x^2 + 2)^2$, puis en déduire une factorisation de $x^4 + 4$.

Exercice III

1) Exprimer en fonction de x , sous forme développée, dans chacune des deux figures suivantes, l'aire de la zone hachurée en bleu



2) La figure suivante est constituée de trois demi-cercles, et x désigne un nombre réel compris entre 0 et 10 :



Etablir que le périmètre de la zone colorée ne dépend pas de la valeur de x , et déterminer la valeur exacte de ce périmètre.

3) Exprimer, en fonction de son diamètre d , l'aire d'un demi-disque de diamètre d .

Exercice IV

1) Ecrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{7^{12} \times 7^{-4}}{(7^3)^5}$ $B = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times 5^5 \times 3^{-5}$ $C = 16 \times 2^9$

$D = \frac{27^6 \times 3^7}{9^8}$ $E = \frac{4^6}{2^4} + \frac{2}{2^{-7}}$ $F = \frac{(3^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$ $G = \left(\frac{1}{x^{-n}}\right)^3 \times x^{2n+1}$ où x est un réel non nul.

2) Ecrire sous la forme : $a^n \times b^p$, où n et p sont des entiers relatifs : $E = a^{-14} b^{-6} (ab)^3$.

3) Factoriser en un produit de deux facteurs : $G = x^2 - 13$.

4) Déterminer l'entier naturel n tel que : $5^{2020} + 5^{2021} + 5^{2022} = n \times 5^{2020}$.

Exercice V

1) Trouver l'écriture scientifique de $A = \frac{2,5 \times (10^{-3})^2 \times 4 \times 10^7}{0,8 \times 10^{-3}}$

2) Une année lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide, qui se déplace à la vitesse constante de 300 millions de mètres par seconde, pendant une année.

Déterminer, en km, l'expression de l'écriture scientifique d'une année lumière.

3) Donner sous forme d'écriture scientifique, un ordre de grandeur de 802500×1995874561 sans utiliser votre calculatrice bien sûr ! Expliquer.

Exercice VI

Soit n un entier naturel et $A(n) = \frac{9^n + 9^{n+1}}{(3^n)^2}$.

a) Calculer la valeur de $A(n)$ lorsque : $n = 0$, puis $n = 1$, puis $n = 2$ puis $n = 3$.

b) Quelle conjecture (= constat légitime) émettez-vous ?

c) En factorisant le numérateur de $A(n)$, démontrer que la conjecture effectuée à la question b) est vraie pour tout entier naturel n .

Exercice VII

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est entier naturel le plus petit possible et a entier :

$$A = \sqrt{147} \quad B = \sqrt{8} \times \sqrt{56} \quad C = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + \sqrt{300}$$

2) Ecrire sous la forme : $a + b\sqrt{c}$, où a et b sont des entiers, et c est un entier naturel le plus petit possible :

$$A = (1 - \sqrt{3})^2 \quad B = (2\sqrt{6} + 5\sqrt{2})^2 ; \quad C = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$$

4) Soient a et b deux réels positifs quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$C = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$$

$$D = (\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$$

$$E = (5a^7 + 2b^3)^2$$

Exercice VIII (pour travailler la logique)

Quatre kangourous ont des tailles différentes. A dit : « je ne suis ni le plus grand ni le plus petit ». B dit : « je ne suis pas le plus petit ». C dit : « je suis le plus grand ». D dit : « je suis le plus petit ». Un a menti et les trois autres ont dit la vérité. Qui est le plus grand ?

A) A B) B C) C D) D E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Justifier votre réponse en rédigeant.