Première Maths Groupe 4 ***Devoir à la maison numéro 2*** ***Septembre 2022***

Nota bene : ce travail porte sur le chapitre 1. Il est à rendre pour le Jeudi 29 Septembre.

Vous rendrez ce devoir par groupe de trois ou quatre élèves, avec les noms de chacun d'eux sur chacune des copies rendues.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie, et à l'absence de note pour le DM pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I

1a) Déterminer, sans utiliser la formule du cours, la forme canonique de : $A(x) = -2x^2 + 8x - 12$.

1b) En utilisant la formule du cours, déterminer la forme canonique de : $B(x) = x^2 - \sqrt{3}x - 1$.

En déduire que pour tout réel x, $x^2 - \sqrt{3}x \geqslant \frac{-3}{4}$.

2) Calculer le discriminant de chacun des trinômes suivants, en détaillant les calculs :

$-\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 \quad ; \quad 10 - x + 3x^2$

Exercice II

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$5x^2 - 7x + 6 = 0$; $4x^2 - 20x + 21 = 0$; $-x^2 + 18x = 0$; $2x(x+5) = 75 + x^2$; $x^3 - x^2 - 6x = 0$; $x + \frac{1}{x-3} = 5$

2) Déterminer une racine évidente de l'équation : $x^2 + 4x - 12 = 0$, puis sans calculer le discriminant, déterminer l'autre racine de cette équation.

Exercice III

Pour quelles valeurs de x peut-on calculer l'expression : $A(x) = \frac{x^2+15x+11}{x^2+5x-6}$? Justifier.

Exercice IV

Soient f et g les fonctions polynômes du second degré définies sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = -x^2+2x+4$ et $g(x) = 4x^2 + x + 11$

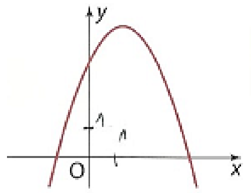
a) A l'aide de votre calculatrice, ou de Geogebra, tracer les courbes représentatives de ces deux fonctions, puis faire une conjecture concernant le nombre de points d'intersection de ces deux courbes.

b) Démontrer par le calcul que la conjecture effectuée est vraie.

Exercice V

1) Déterminer tous les réels a pour lesquels l'équation : $ax^2 + 13x + 1 = 0$ admette deux solutions distinctes de même signe.

2) Déterminer, en justifiant, le signe des réels : a, Δ, c et b en justifiant, sachant que la courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2+bx+c$.



Indication : pour le signe de c, intéressez-vous à l'image de 0 par f.

Exercice VI

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distantes de 195 km, deux cyclistes partent en même temps de la ville A.

L'un des cyclistes, dont la vitesse moyenne sur ce parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre, arrive 1 heure plus tôt à la ville B.

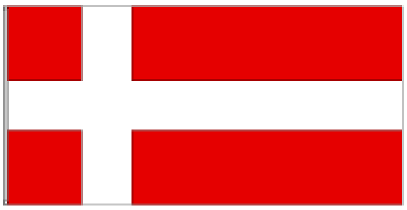
Quelle est la vitesse moyenne de chacun des deux cyclistes ? Justifier avec soin.

Rappel : D = V × T, où D est la distance parcourue, V la vitesse moyenne, et T le temps de parcours.

Exercice VII

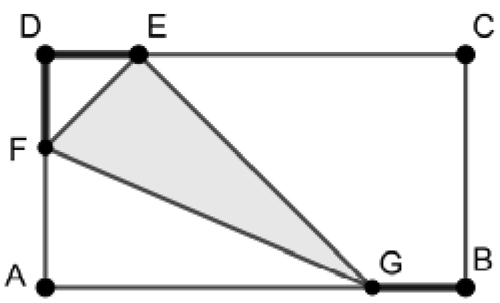
Un drapeau a pour dimensions 4 mètres de long sur 3 mètres de large, et la croix blanche est d'épaisseur constante.

Est-il possible d'avoir un tel drapeau, dont l'aire de la partie blanche soit égale à la moitié de l'aire de la partie rouge ? Le cas échéant, en détaillant votre démarche, déterminer quelle doit être l'épaisseur de la croix blanche.



Exercice VIII

ABCD est un rectangle tel que : $AB = 9$ cm et $BC = 5$ cm.
E, F, et G sont respectivement les points des segments $[CD]$, $[AD]$ et $[AB]$ tels que :
$DF = DE = BG$.
On pose $x = DF$.



1) Préciser à quel intervalle appartient x, puis démontrer que l'aire du triangle EFG est égale à $-x^2+7x$.

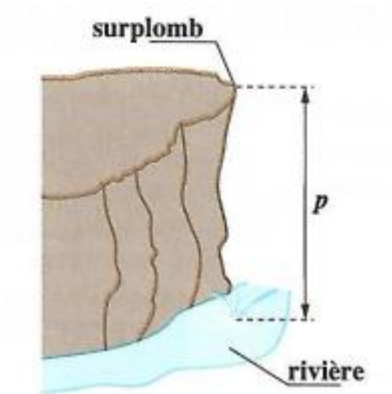
2)Déterminer la position du point F pour que l'aire du triangle EFG soit maximale, et préciser cette valeur maximale.

Exercice IX

Soit f la fonction inverse définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x}$.
Soit $I(2\ ;4)$. Démontrer qu'il existe deux points situés sur la courbe de f, dont on calculera les coordonnées, qui sont symétriques par rapport au point I.

Exercice X

Au fond d'un canyon coule une rivière. Du bord du surplomb rocheux, en plein hiver, *Matt* laisse tomber une pierre, et à cet instant-ci, il déclenche son chronomètre *high tech.*



Il s'écoule 4,5 secondes avant que *Matt* n'entende le « plouf » de la pierre dans la rivière.
La distance parcourue par la pierre (exprimée en mètre) est une fonction notée d, définie par ; $d(t) = 5t^2$, où t désigne la durée exprimée en secondes de chute de la pierre.
Enfin, la distance parcourue par le son (exprimée en mètre) est la fonction linéaire notée f, définie par : $f(t) = 320t$, où t désigne la durée exprimée en seconde.

Sauriez-vous aider *Matt* à déterminer la profondeur p du canyon ?

Exercice XI ***(facultatif)***
Un bateau descend une rivière de 120 *km* ; il la remonte ensuite, et met un jour de plus qu'à l'aller, car, chaque jour, il fait 6 *km* de moins qu'en descendant.

Combien de jours a-t-il mis pour descendre la rivière ?

(Concours d'entrée aux écoles normales, 1927).