***Nota bene* : Ce court travail est à remettre pour le 12 Mai.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

1) Démontrer que si une fonction w est impaire sur un intervalle I centré en 0, alors $w(0)=0$.

2) Déterminer pour chacune des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$ si elle est paire, impaire ou ni paire ni impaire sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = 1 - x^2$ **b.** $g(x) = 4x + x^2$
c. $h(x) = x^3 - 2x$ **d.** $k(x) = x^3 - x^2$

Exercice II

$\boxed{6}$ À l'aide d'un contre-exemple, montrer que les affirmations suivantes sont fausses.

a. Deux nombres et leurs carrés sont rangés dans le même ordre.
b. Pour tout réel x, on a $x^2 = -x^2$.
c. Si $x \leq 5$, alors $x^2 \leq 25$.
d. Un réel est toujours inférieur ou égal à son carré.

Exercice III

$\boxed{7}$ Comparer sans calculatrice a^2 et b^2 dans chacun des cas suivants.

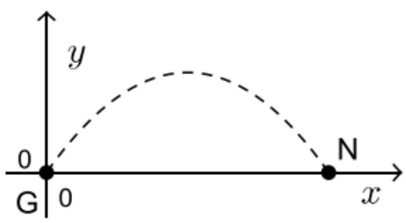
a. $a = 1{,}99$ et $b = 1{,}999$.
b. $a = -6$ et $b = -5$.
c. $a = -6{,}501$ et $b = -6{,}51$.
d. $a = 0{,}33$ et $b = \frac{1}{3}$.

Exercice IV

Une grenouille saute d'un point G à un point N situés au sol (axe des abscisses), et la trajectoire de la grenouille est la courbe ayant pour équation :

$y = -3{,}72x^2+1{,}43x$, où x et y sont ici exprimés en mètres.

Quelle est la longueur de son saut en cm ?

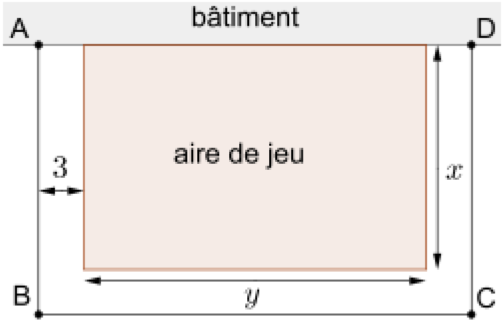


Exercice V

24 On souhaite construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire de 450 m^2. Celle-ci est entourée par une clôture sur trois côtés d'une allée de 3 m de large.

On souhaite de plus que les dimensions de l'aire de jeu soient supérieures ou égales à 10 m.

On recherche les dimensions de l'aire de jeu de façon que la longueur de la clôture soit la plus petit possible.



On nomme x et y les dimensions de l'aire de jeu (voir figure ci-dessus).

On note L la longueur de la clôture : $L = AB + BC + CD$.

1. Exprimer x en fonction de y et en déduire que $10 \leq x \leq 45$.

2. Montrer que $L = 2x + 12 + \frac{450}{x}$.

3. Soit f la fonction définie sur $[10; 45]$ par

$$f(x) = 2x + 12 + \frac{450}{x}.$$

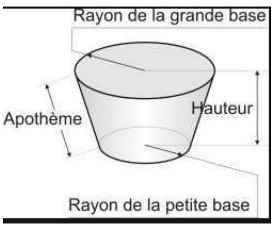
a. À l'aide la calculatrice conjecturer le tableau de variation de f.

b. Vérifier que $f(x) - 72 = \frac{2(x-15)^2}{x}$.

c. En déduire les dimensions à donner à l'aide de jeu pour la longueur de la clôture soit minimale. Que vaut alors cette longueur ?

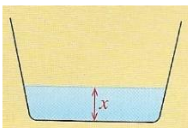
Exercice facultatif mais joli

Un chaudron a la forme d'un cône tronqué (figure ci-dessous) :



Le rayon du disque de la petite base mesure 10 cm et le rayon du disque de la grande base mesure 20 cm. Enfin, la hauteur (= segment dont les extrémités sont les centres de chacun des disques de base) est mesure 30 cm.

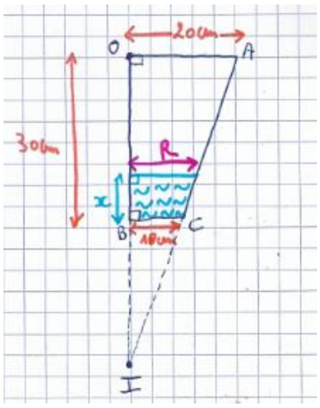
On remplit d'eau ce chaudron qui est vide au départ. On appelle x la hauteur d'eau dans le chaudron (dessin en coupe), et enfin V la fonction qui à x associe le volume d'eau contenu dans le cône tronqué rempli à la hauteur x.



Le but de cet exercice est de donner l'expression de $V(x)$ en fonction de x.

a) A quel intervalle (noté I) le nombre x appartient-il ?

Le dessin ci-dessous est une coupe du demi-cône tronqué précédent :



b) Etablir que $IB = 30\ cm$ puis que $R = \frac{x}{3} + 10$.

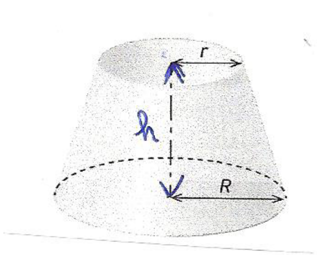
c) En déduire que pour tout réel x appartenant à I, $V(x) = \frac{\pi}{3}(\frac{x^3}{9} + 10x^2 + 300x)$.

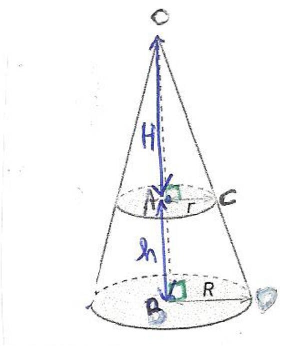
Indication : le volume de l'eau s'obtient en faisant la différence entre les volumes de deux cônes de la figure précédente et en utilisant la question *b)* !!!!

d) L'eau arrivant à mi-hauteur, le récipient contiendra-t-il plus ou moins de 5 litres d'eau ?

Complément :

On se propose en complément, de déterminer une relation donnant le volume d'un tronc de cône (ou cône tronqué), en fonction de r, R et h, où r est le rayon du petit disque du cône tronqué, R celui du grand disque du cône tronqué, et h la hauteur du cône tronqué.





H = OA = hauteur du cône ôté.
h = hauteur du cône tronqué

0) Etablir, pour tout réel R et r, l'identité suivante : $R^3 - r^3 = (R - r)(R^2 + Rr + r^2)$.

1a) A l'aide du théorème de *Thalès de Milet*, établir que $\frac{H}{H+h} = \frac{r}{R}$.

1b) En déduire l'expression de H en fonction de r, R et h. (On vous demande d'isoler H dans la relation du *1a)*).

2a) Exprimer le volume du cône tronqué, noté V, en fonction de r, R, h, H, puis à l'aide de la question *2b)*, en déduire que $V = \frac{\pi h}{3} \times (\frac{R^3}{R-r} - \frac{r^3}{R-r})$.