***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 3 Mai.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

Trouver la valeur du réel m pour que les droite (d) et (d_m) d'équations respectives : $y = 2x+5$ et $y = mx - 3$ soient concourantes avec la droite d'équation $y = x$.

Exercice II

1. Tracer une courbe représentant une fonction f définie sur $[-5 ; 10]$ vérifiant les conditions suivantes :
- $f(3) = 2$;
- -1 et 4 sont des antécédents de -2 ;
- f est décroissante sur l'intervalle $[-5 ; -1]$;
- l'image de 10 est -6 ;
- -5 et 7 sont des solutions de l'équation $f(x) = 0$;
- le point de coordonnées $(9 ; 1)$ appartient à la courbe ;
- f admet un maximum sur l'intervalle $[-5 ; 10]$; il vaut 6 et est atteint en 5.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5 ; 10]$.

Exercice III

On considère une fonction h dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-3		1		2		5		7
Variation de h	-2	↗	-1	↘	-4	↗	4	↘	0

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de justifier.

1. $h(0) < h(1)$
2. $h(4) > h(6)$
3. $h(-2) < h(2)$
4. $h(0,5) = h(1,5)$
5. 5 est le maximum de h sur $[-3 ; 7]$.
6. Le minimum de h sur $[-3 ; 7]$ est atteint en 2.

Exercice IV

ABCD est un rectangle tel que : $AB = 8\ cm$ et $BC = 4\ cm$.

E, F, G et *H* sont des points respectivement situés sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, tels que : $AE = BF = CG = DH$.

1) Faire une figure.

2) On pose $AE = x$.

a) A quel intervalle noté I, le réel x appartient-il ?

b) On note $f(x)$ l'aire du quadrilatère *EFGH*. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$.

c) A l'aide de *Geogebra*, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle I, à joindre à la copie, puis conjecturer la valeur du minimum de f sur I et la valeur en lequel il est atteint.

d) Démontrer que l'aire du quadrilatère *EFGH* est minimale pour une valeur de x que l'on précisera, et donner la valeur de cette aire minimale.

Exercice V

Dans un disque de $5cm$ de rayon, on découpe un disque de même centre et de rayon $x\ cm$, avec $1 \leq x \leq 4$.

a) On note $p(x)$ le périmètre du disque de rayon x. En justifiant, déterminer le tableau de variation de la fonction p sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.

b) On note $a(x)$ l'aire de la couronne restante après avoir ôté le disque de $x\ cm$ de rayon.

Par des considérations d'ordre géométrique, dresser le tableau de variation de la fonction a sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.

Exercice VI

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

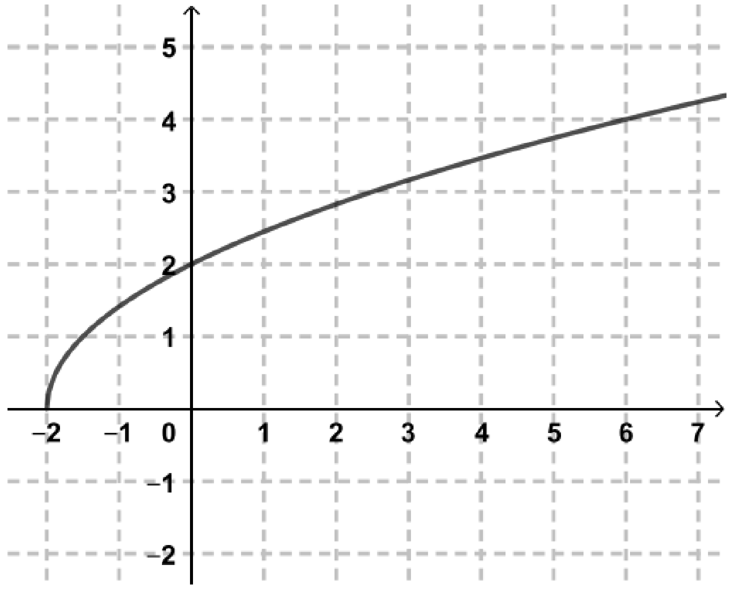
$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}.$$

1. Tracer f et conjecturer son maximum sur $\mathbb{R}$
2. Montrer que $f(x) - \frac{1}{2} = -\frac{(x-1)^2}{2(x^2+1)}$ et prouver la conjecture.
3. Montrer que f est impaire et déduire de la question précédente son minimum sur $\mathbb{R}$.

Exercice VII

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f

définie par $f(x) = \sqrt{2x+4}$.

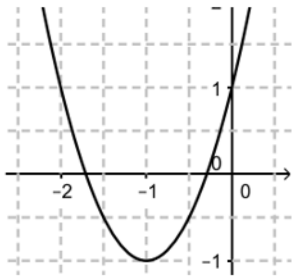


1. Donner l'ensemble de définition de f.
2. Tracer la droite Δ d'équation $y = x - 2$.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x - 2$, puis par le calcul.

Exercice VIII

La parabole P ci-contre représente une fonction du second degré f définie par

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$



1. Donner par lecture graphique $f(0)$, $f(-1)$ et $f(-2)$.

2. En déduire la valeur de c, puis écrire l'expression de $f(x)$ en fonction de a et b uniquement.

En utilisant les valeurs de $f(-1)$ et $f(-2)$, déterminer, en résolvant un système de deux équations à deux inconnues les valeurs de a et b, puis donner l'expression de $f(x)$.

Exercice X ***(Bonus, facultatif)***

Soit f une fonction telle que $f(x+y)=f(x)\,f(y)$ pour tous entiers x et y.

Si $f(1)=\dfrac{1}{2}$, combien vaut $f(0)+f(1)+f(2)$?