Seconde — ***Devoir à la maison numéro 13*** — ***Mars 2024***

Nota bene : *Ce travail est à remettre pour le* 2 Avril.

Vous rendrez ***un seul lot*** *de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec* ***les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe*** *sur* ***chaque copie du lot***.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

1. Tracer une courbe représentant une fonction f définie sur $[-5 ; 10]$ vérifiant les conditions suivantes :
- $f(3) = 2$;
- -1 et 4 sont des antécédents de -2 ;
- f est décroissante sur l'intervalle $[-5 ; -1]$;
- l'image de 10 est -6 ;
- -5 et 7 sont des solutions de l'équation $f(x) = 0$;
- le point de coordonnées $(9 ; 1)$ appartient à la courbe ;
- f admet un maximum sur l'intervalle $[-5 ; 10]$; il vaut 6 et est atteint en 5.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5 ; 10]$.

Exercice II

On considère une fonction h dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-3		1		2		5		7
Variation de h	-2	↗	-1	↘	-4	↗	4	↘	0

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de justifier.

1. $h(0) < h(1)$
2. $h(4) > h(6)$
3. $h(-2) < h(2)$
4. $h(0,5) = h(1,5)$
5. 5 est le maximum de h sur $[-3 ; 7]$.
6. Le minimum de h sur $[-3 ; 7]$ est atteint en 2.

Exercice III

Dans un disque de $5cm$ de rayon, on découpe un disque de même centre et de rayon x cm, avec $1 \leq x \leq 4$.

a) On note $p(x)$ le périmètre du disque de rayon x. En justifiant, déterminer le tableau de variation de la fonction p sur l'intervalle $[1 \; ; \; 4]$.

b) On note $a(x)$ l'aire de la couronne restante après avoir ôté le disque de x cm de rayon.

Par des considérations d'ordre géométrique, dresser le tableau de variation de la fonction a sur l'intervalle $[1 \; ; \; 4]$.

Exercice IV

2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}.$$

1. Tracer f et conjecturer son maximum sur $\mathbb{R}$
2. Montrer que $f(x) - \frac{1}{2} = -\frac{(x-1)^2}{2(x^2+1)}$ et prouver la conjecture.

Exercice V

a) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ construire : La droite $\mathfrak{D}$ passant par $A(1 \; ; 4)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$. Donner les coordonnées de deux autres vecteurs directeurs de la droite $\mathfrak{D}$.

b) Déterminer, en justifiant, une équation cartésienne de la droite $\mathfrak{D}$. Donner une autre équation cartésienne de la droite $\mathfrak{D}$ dont l'expression contient le plus petit nombre possible de signes moins.

c) Le point $B(61 \; ; -146)$ appartient-il à la droite $\mathfrak{D}$? Justifier. Même question avec le point $E(-100 \; ; \; 256{,}49)$.

d) Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathfrak{D}$.

e) Déterminer, en détaillant la démarche, l'équation réduite de la droite (GH) qui passe par $G(-1 \; ; \; 6)$ et $H(2 \; ; \; -4)$.

Exercice VI

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 8$ cm et $BC = 4$ cm.

E, F, G et H sont des points respectivement situés sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, tels que : $AE=BF=CG=DH$.

1) Faire une figure.

2) On pose $AE = x$.
a) A quel intervalle noté I, le réel x appartient-il ?

b) On note $f(x)$ l'aire du quadrilatère $EFGH$. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$.

c) A l'aide de *Geogebra*, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle I, à joindre à la copie, puis conjecturer la valeur du minimum de f sur I et la valeur en lequel il est atteint.

d) Démontrer que l'aire du quadrilatère $EFGH$ est minimale pour une valeur de x que l'on précisera, et donner la valeur de cette aire minimale.