***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 19/20 Février.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées. Pas de copie individuelle

Exercice I

Dans un repère (O ; I ; J), soit A(-5 ; 9) ; B(2 ; -4) et C(x ; 3) où x est un réel.

1) Déterminer le réel x pour que les points A, B et C soient alignés.

2) Déterminer en justifiant, les coordonnées du point K, sachant que K est l'intersection de la droite (AB) et de l'axe des abscisses.

Exercice II

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), soit A(4 ; -6), B(7 ; 12), C(-3 ; 2) et D(x ; 14).

a) Déterminer, en justifiant, le réel x pour lequel (AB) et (CD) sont parallèles.

b) Pour la valeur x obtenue à la question a), le quadrilatère $ABDC$ est-il un parallélogramme ?

c) (question indépendante des précédentes) : calculer $\left\|3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right\|$.

Exercice III

ABCD est un rectangle. Soit I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AD].

Enfin, E est le point défini par : $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

0) Faire une figure.

Quelles conjectures faites-vous concernant :

i) Les points D, E et I ?
ii) Les points B, E et J ?
iii) Les droites (AC), (DI) et (BJ).

L'objet des questions suivantes est de démontrer que les conjectures effectuées à la question précédente sont vraies.

On se place dans le repère $(A; B, D)$.

1. Déterminer les coordonnées des points de la figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DI}$ sont colinéaires. Qu'en déduit-on pour les points D, E, I ?
3. Que peut-on dire des points B, E, J ?
4. Qu'en conclut-on sur les droites (AC), (DI) et (BJ) ?

Exercice IV

$ABCD$ est un parallélogramme. Faire une figure où l'on placera les points E et F tels que :

E et F sont définis par $\overrightarrow{BE} = -2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$.

Donner l'expression des vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ et en déduire que les points A, E et F sont alignés.

Exercice V

Soit m un réel et $\vec{u}\begin{pmatrix}4-m\\m-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3m-7\\3-m\end{pmatrix}$.

1) Prouver que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $2m^2 - 3m - 5 = 0$.

2*a*) Développer l'expression $(2m-5)(m+1)$.

2*b*) En déduire les valeurs de m pour lesquelles $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Exprimer dans chacun de ces deux cas le vecteur $\vec{v}$ en fonction du vecteur $\vec{u}$.

Exercice V ***(pour ceux qui veulent chercher plus, facultatif sinon).***

Soit ABC un triangle, I le milieu du segment [AB], J le milieu du segment [AC] et K le milieu du segment [BC].

Soit M un point quelconque du plan.

i) Etablir que $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MK}$, puis en déduire que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{MK}$ (*)

ii) En déduire qu'il existe un unique point G tel que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$, puis exprimer alors $\overrightarrow{KG}$ en fonction de $\overrightarrow{KA}$.

Expliquer pourquoi G appartient à la droite (AK). Quel est le nom de la droite remarquable (AK) du triangle ABC ?

iii) En utilisant des décompositions similaires à (*) contenant respectivement le point J puis le point I, démontrer que G appartient également aux droites (BJ) et (CI).

Quel célèbre résultat avez-vous démontré concernant le triangle ABC ?