Consignes à lire attentivement :

Ce travail de révision sur des points importants du programme de première, en rapport avec notre chapitre 1 sur la dérivation est à rendre pour le 16 Septembre.

L'énoncé de ce DM est également en ligne : www.maths-mancini.fr (Rubrique ENONCES et corrections des DS/DM, puis onglet Enseignement de Spécialité Terminale).

A partir du DM numéro 2, les énoncés et corrigés figureront exclusivement sur ce site internet.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 3 ou 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Les DM ont un rôle crucial : ils permettent de vous faire assimiler le cours, de pratiquer des mathématiques, de rédiger, d'acquérir de l'aisance et d'apprendre à travailler sérieusement.

Les DM sont notés sur 20 et entrent dans la constitution de la moyenne, ils majoreront cette dernière d'au maximum deux points.

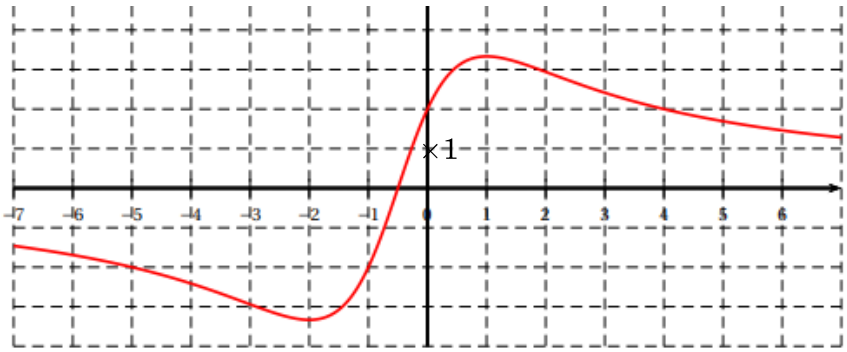
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice 1 ***Thèmes abordés : résolution graphique d'équations et d'inéquations, dérivées.***

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



a) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 0$.

b) Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x) \geqslant 0$, puis $f(x) < -2$.

c) On note f' la fonction dérivée de f. Résoudre graphiquement l'équation : $f'(x) = 0$

d) Déterminer, en expliquant votre démarche, une valeur approchée de $f'(-1)$.

e) Dresser conjointement, le tableau de signe de f' sur $\mathbb{R}$ ainsi que le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice II ***Thèmes abordés : dérivées, étude du sens de variation d'une fonction, équations réduites de tangente, équations du second degré.***

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Etudier avec soin le sens de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (4x + 2)e^x$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $D_f =]-\infty\ ;\ -1[\ \cup]-1\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{4x+3}{x+1}$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1a) Expliquer rapidement pourquoi f est dérivable sur D_f, puis déterminer l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.

1b) En déduire le sens de variation de f sur son ensemble de définition, puis dresser son tableau de variation. On attend une étude rigoureuse.

1c) Déterminer l'équation réduite de la tangente notée T_L à C_f en son point L d'abscisse -3.

1d) C_f admet-elle des tangentes horizontales ? Expliquer.

1e) Tracer C_f. Vous pouvez vous aider de *Geogebra* ou du logiciel de votre choix. Joindre à la copie le tracé.

2) Démontrer que la courbe C_f et la droite (Δ) d'équation réduite : $y = x$ ont deux points d'intersection.

On donnera seulement les abscisses de ces deux points.

Exercice III ***Thèmes abordés : étude concrète de fonction, dérivation de fonctions composées.***

Une entreprise congèle des frites dans un tunnel de congélation avant de les conditionner en sachets.

La température en degré Celsius, des frites après leur entrée dans le tunnel de congélation, est modélisée, t heures après leur entrée dans le tunnel de congélation, par la fonction f, définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ par : $f(t) = 35e^{-1,6t} - 30$.

Le cahier des charges impose que la température de conservation des frites soit inférieure ou égale à -24 °C.

a) Quelle est la température des frites à l'entrée du tunnel de congélation ?

b) Rappeler la relation qui permet de dériver les fonctions de type : $h(x) = e^{ax}$ où a est un réel fixé, puis étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$.

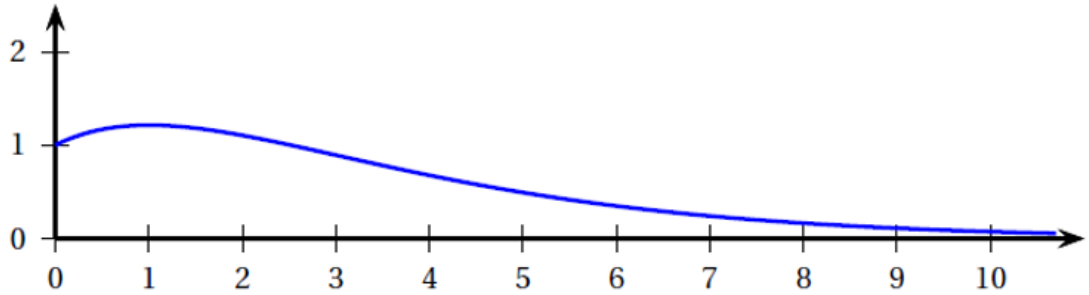
c) Si les frites sont laissées une heure et demie dans le tunnel de congélation, la température des frites sera-t-elle conforme au cahier des charges ? Justifier.

Exercice IV ***Thèmes abordés : exponentielle et dérivation.***

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x},$$

où a et b désignent deux nombres réels. On admet que cette fonction est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous.



Elle coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 1 et admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

1. Donner les valeurs de $f(0)$ et $f'(1)$.
2. Démontrer que, pour tout réel positif x, $f'(x) = \left(-\frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}b + a\right)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}$.
3. Déterminer les valeurs de a et b.

Exercice 5 ***(facultatif, pour chercher davantage)***

Dans une population, un individu sur huit a des problèmes de santé.
On sait de plus que parmi les individus ayant des problèmes de santé, deux sur trois consomment trop de sucre, et que 80 % des individus qui consomment trop de sucre ont des problèmes de santé.

Déterminer, en expliquant votre démarche, quelle est la proportion des individus qui ne sont pas malades et qui consomment trop de sucre.