

Consignes à lire attentivement :

Ce travail de révision sur des points importants du programme de première est à rendre pour le Vendredi 17 Septembre.

L'énoncé de ce DM est également en ligne : www.maths-mancini.fr (Rubrique ENONCES et corrections des DS/DM, puis onglet Enseignement de Spécialité Terminale).

A partir du DM numéro 2, les énoncés et corrigés figureront **exclusivement** sur ce site internet.

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe d'au maximum 4 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.

Les DM ont un rôle crucial : ils permettent de vous faire assimiler le cours, de pratiquer des mathématiques, de rédiger, d'acquérir de l'aisance et d'apprendre à travailler sérieusement.

Les DM sont notés sur 20 et entrent dans la constitution de la moyenne semestrielle, ils majoreront cette dernière d'au maximum deux points.

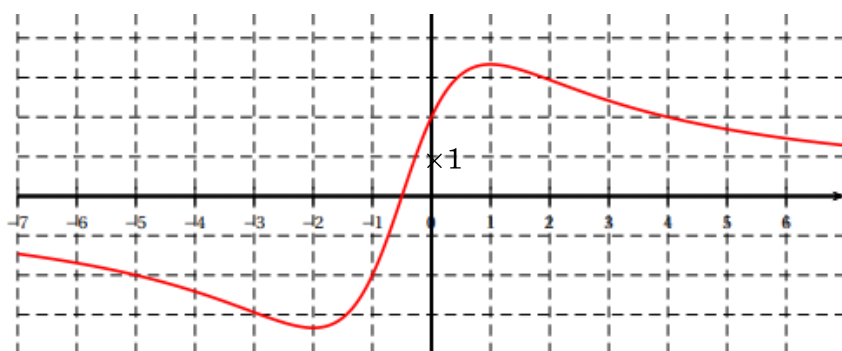
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à la non correction de ces derniers.

Vous apporterez le plus grand soin à la présentation de la copie, en soulignant et encadrant à l'aide d'une règle les éléments essentiels de votre rédaction. Les copies dont la présentation laisse à désirer seront pénalisées.

Les copies rendues en retard ou ne respectant pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Exercice I Thèmes abordés : résolution graphique d'équations et d'inéquations, dérivées.

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .



- Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 0$.
- Résoudre graphiquement les inéquations : $f(x) \geq 0$ puis $f(x) < -2$.
- On note f' la fonction dérivée de f . Résoudre graphiquement l'équation : $f'(x) = 0$
- Déterminer, en expliquant votre démarche, une valeur approchée de $f'(0)$.
- Dresser conjointement, le tableau de signe de f' sur \mathbb{R} ainsi que le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .

Exercice II Thèmes abordés : dérivées, étude du sens de variation d'une fonction, équations de tangente, équations du second degré.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Etudier avec soin le sens de variation de la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = xe^x$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathcal{D}_f =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{4x+3}{x+1}$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1a) Expliquer rapidement pourquoi f est dérivable sur \mathcal{D}_f , puis déterminer l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .

1b) En déduire le sens de variation de f sur son ensemble de définition, puis dresser son tableau de variation. On attend une étude rigoureuse.

1c) Déterminer l'équation réduite de la tangente notée (T_L) à C_f en son point L d'abscisse 0.

1d) C_f admet-elle des tangentes horizontales ? Expliquer.

1e) Tracer C_f . Vous pouvez vous aider de *Geogebra* ou du logiciel de votre choix. Joindre à la copie le tracé.

2) Démontrer que la courbe C_f et la droite (Δ) d'équation réduite : $y = x$ ont deux points d'intersection.

On donnera seulement les abscisses de ces deux points.

Exercice III Utilisation d'une calculatrice pour le calcul de termes de suites

🌟* Au DS1, il y aura un exercice de ce type pour voir si vous savez utiliser votre calculatrice concernant les suites.

Voici quelques documents et tutoriels pour vous aider :

1. Tutoriel (à travailler seul et à maîtriser) pour calculer sur sa calculatrice *TI* et faire apparaître sous forme d'une table, **les termes d'une suite définie explicitement** :

<https://www.youtube.com/watch?v=bvXdeTRQrD0>

Application : Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n , par $u_n = 2n^2 + n + 3$.

1) Calculer, à la main sans calculatrice, les trois premiers termes de cette suite.

2a) A l'aide de votre calculatrice, calculer u_7 puis le onzième terme de cette suite.

2b) A l'aide d'une table de valeurs, quelle conjecture émettez-vous concernant le sens de variation de cette suite ?

2. Suites définies par une relation de récurrence, sans calculatrice.

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{4}n + 1.$$

1. Calculer, en détaillant les calculs, u_1 et u_2 sous forme de fraction irréductible.

L'extrait, reproduit ci-contre, d'une feuille de calcul réalisée avec un tableur présente les valeurs des premiers termes de la suite (u_n) .

	A	B
1	n	u_n
2	0	1
3	1	1,75
4	2	2,562 5
5	3	3,421 875
6	4	4,316 406 25

2. a. Quelle formule, étirée ensuite vers le bas, peut-on écrire dans la cellule B3 de la feuille de calcul pour obtenir les termes successifs de (u_n) dans la colonne B?
b. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) .

3. Suites définies par une relation de récurrence, avec calculatrice.

Voici un tutoriel (à **travailler seul** et à maîtriser) pour calculer sur sa calculatrice *TI* et faire apparaître sous forme d'une table, les termes d'une suite définie par une relation de récurrence :

<https://www.youtube.com/watch?v=s1WrfKpjpd0>

Ne pas lire l'encadré ci-dessous si vous avez acheté votre calculatrice en 2019 ou 2020 !

Si votre calculatrice est plus ancienne, voici comment procéder :

https://www.youtube.com/watch?v=D50Ai2_h_bw

🌟🌟🌟 **Attention au décalage : on exprime $u(n)$ en fonction de $u(n-1)$ sur TI, alors que l'énoncé donne $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$!!! Sinon, pour éviter ce désagrément, il est possible et souhaitable de faire une mise à jour de sa calculatrice et de pouvoir après exprimer directement $u(n+1)$ en fonction de $u(n)$!**

Application

Chaque année, une ruche perd 40 % de ses abeilles, et l'apiculteur remet 10000 nouvelles abeilles dans la ruche chaque année.

En 2020, la ruche contenait 30000 abeilles. On note u_n le nombre d'abeilles en l'année 2020 + n .

a) Combien vaut u_0 ?

b) Calculer la valeur exacte de u_1 .

c) Déterminer une relation de récurrence entre u_n et u_{n+1} .

d) A l'aide de votre calculatrice, déterminer le nombre d'abeilles en l'an 2030 (arrondir à l'unité), puis faire apparaître une table de valeur, et conjecturer la limite de la suite (u_n) . Donner une interprétation concrète de cette limite concernant les abeilles de cette ruche.

Exercice IV (Thèmes abordés : suites, suites géométriques, algorithme)

En 2017, une médiathèque ouvre dans une ville, et 3000 personnes se sont inscrites au cours de l'année 2017.

Une étude a permis d'établir, que chaque année, 75 % des inscrits renouvellent leur abonnement, et qu'il y a 500 nouveaux adhérents.

On note, pour tout entier naturel n , u_n le nombre d'inscrits en l'an $2017 + n$.

0) Combien vaut u_0 ?

1) Etablir que $u_1 = 2750$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2) Expliquer avec soin pourquoi, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,75u_n + 500$.

On se propose d'établir une relation permettant de prévoir le nombre d'adhérents de la médiathèque au l'année de son choix.

3) Soit (V_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par : $V_n = u_n - 2000$.

a) Déterminer le premier terme de la suite (V_n) .

b) Rappeler la définition de : " (V_n) est une suite géométrique de raison Q " où Q est un réel.

c) Démontrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

d) Exprimer alors V_n en fonction de n , puis en déduire que pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = 1000 \times 0,75^n + 2000.$$

4) Grâce à ce modèle prédictif, combien d'adhérents comptera la médiathèque en l'an 2031 ?

5) Démontrer que la suite (u_n) est décroissante et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

6) A l'aide de votre calculatrice, prévoir quel sera le nombre d'inscrits dans la médiathèque à très long terme.

7) Voici un algorithme écrit en Python :

```
def seuil():
    u=3000
    n=0
    while u>2100:
        n=n+1
        u=0.75*u+500
    return 2017+n
```

a) Quel est le rôle de cet algorithme dans le contexte de cet exercice ?

b) Coder sur Python cet algorithme (lien de téléchargement : <https://edupython.tuxfamily.org/>), puis déterminer l'affichage en sortie, et interpréter ce résultat en fin d'algorithme.