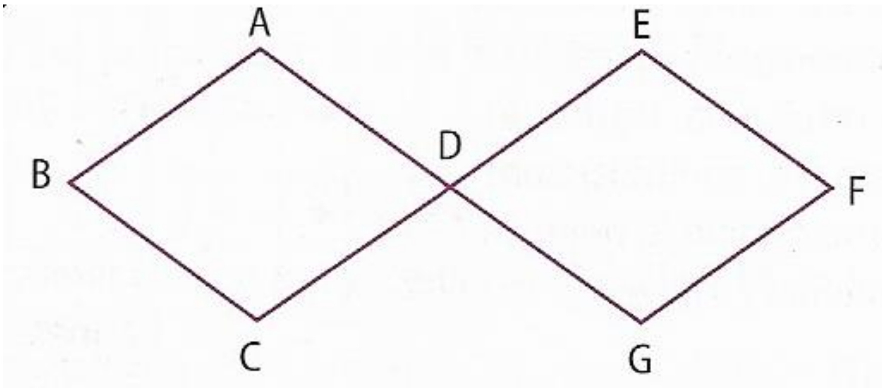
Exercice I

Sur la figure ci-dessous, ABCD et EDGF sont des losanges, D est le milieu des segments [AG] et [CE].
Déterminer, sans justification :



a) Deux vecteurs égaux. ***Réponse*** **:** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

b) Le représentant d'origine G du vecteur $\overrightarrow{BA}$. ***Réponse*** **:** $\overrightarrow{GF}$

c) Deux vecteurs opposés n'ayant pas de point en commun. ***Réponse*** **:** $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$.

d) L'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$. ***Réponse :*** D

e) Deux vecteurs qui ont la même direction, le même sens et des longueurs différentes.

Réponse : $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$

f) Deux vecteurs ayant seulement la même norme ***Réponse :*** $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Exercice II

a) $\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NT}=\overrightarrow{BT}$

b) $\overrightarrow{AT}-\overrightarrow{LT}=\overrightarrow{AT}+(-\overrightarrow{LT})=\overrightarrow{AT}+\overrightarrow{TL}=\overrightarrow{AL}$

c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{BX}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BX}+\overrightarrow{XA}=\overrightarrow{AX}+\overrightarrow{XA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.

d) $\overrightarrow{HE}-\overrightarrow{CT}+\overrightarrow{ET}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{HE}+(-\overrightarrow{CT})+\overrightarrow{ET}+(-\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{TC}+\overrightarrow{ET}+\overrightarrow{CD}$.

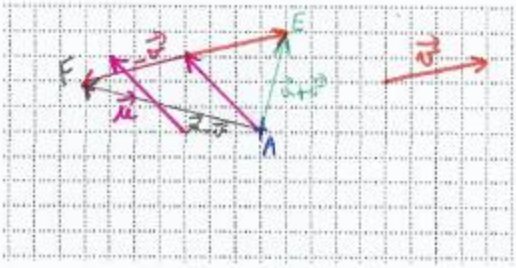
$\overrightarrow{HE}-\overrightarrow{CT}+\overrightarrow{ET}-\overrightarrow{DC}=\underbrace{\overrightarrow{HE}+\overrightarrow{ET}}+\underbrace{\overrightarrow{TC}+\overrightarrow{CD}}=\overrightarrow{HT}+\overrightarrow{TD}=\overrightarrow{HD}$.

Exercice III

1) Construire ci-dessous, le représentant $\overrightarrow{OM}$ du vecteur $\overrightarrow{AB}$ d'origine O. *Laisser les traits de construction.*

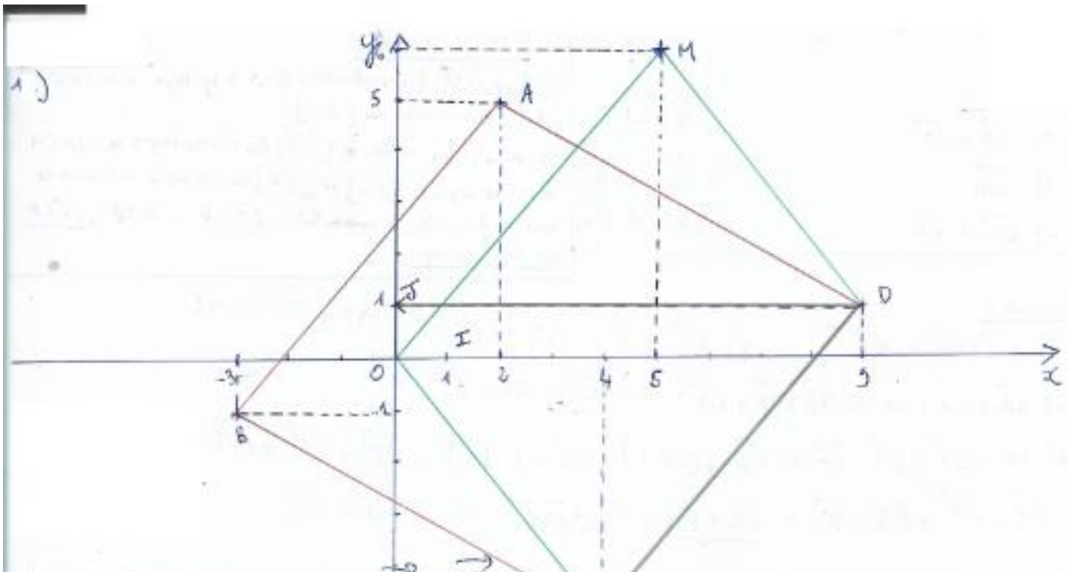
2) Construire les points E et F définis par :

$\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$



<u>Exercice IV</u>

1)



2) <u>Rappel</u> : OMDC est un pgm ssi $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{CD}$.

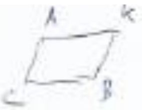
Or, $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M - x_O = 5 - 0 = \boxed{5} \\ y_M - y_O = 6 - 0 = 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C = 9 - 4 = \boxed{5} \\ y_D - y_C = 1 - (-5) = 1 + 5 = 6 \end{pmatrix}$

Ainsi, $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{CD}$ car ils ont <u>les mêmes coordonnées</u>. Donc <u>OMDC est bien un parallélogramme</u>.

2b) $\|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{25 + 36} = \sqrt{61}$ unités de longueur.

3)

Soit $K(x_K ; y_K)$: AKBC est un pgm si et seulement si $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CB}$



$\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} \boxed{x_K - 2} \\ y_K - 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix} -3 - 4 = \boxed{-7} \\ -1 - (-5) = -1 + 5 = 4 \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CB} \iff \begin{cases} x_K - 2 = -7 \\ y_K - 5 = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} x_K = -7 + 2 = -5 \\ y_K = 4 + 5 = 9 \end{cases}$ Donc $\boxed{K(-5 ; 9)}$.

4)

Soit $N(x\,;y)$. On cherche x et y tels que : $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Or, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3-2=-5 \\ -1-5=-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4-2=2 \\ -5-5=-10 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix} \boxed{x-2} \\ \boxed{y-5} \end{pmatrix}$

Donc $2\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -10 \\ -12 \end{pmatrix}$ et $3\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -30 \end{pmatrix}$.

Par suite, $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -10+6=\boxed{-4} \\ -12+(-30)=\boxed{-42} \end{pmatrix}$. (Deux vecteurs sont égaux si ils ont les mêmes coordonnées :

Ainsi, $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ équivaut à dire que) : $\begin{cases} x-2=-4 \\ y-5=-42 \end{cases}$ c'est-à-dire : $\begin{cases} x=-4+2=-2 \\ y=-42+5=-37 \end{cases}$.

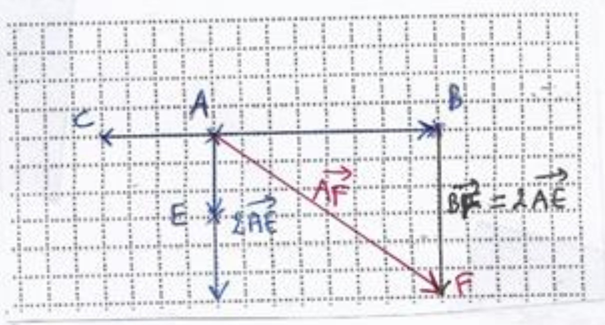
Donc $\underline{N(-2\,;-37)}$.

Exercice VI

1) $\vec{u} - 2(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{1}{3}\vec{v} = \vec{u} - 2\vec{u} - 2\vec{v} - \frac{1}{3}\vec{v} = -\vec{u} - \frac{7}{3}\vec{v}$

2)

$\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AE}$



② $\underbrace{\vec{v} = -4\vec{u}}$ et $\|\vec{u}\| = 5$ cm.

Les vecteurs $\underline{\vec{u}\text{ et }\vec{v}\text{ sont colinéaires}}$ car $\vec{v} = k\vec{u}$ avec $k=-4$.

Vu que $-4<0$, $\underline{\vec{u}\text{ et }\vec{v}\text{ n'ont pas le même sens}}$.

$\underline{\|\vec{v}\|} \hat{=} |-4| \times \|\vec{u}\| = 4 \times 5 = \underline{20\text{ cm}}$.