

Exercice 0

$\frac{2x+1}{5} = \frac{x-4}{3}$ équivaut par produits en croix à : $3(2x+1) = 5(x-4)$ c'est-à-dire à : $6x + 3 = 5x - 20$ et donc à $6x - 5x = -20 - 3$ et donc à $x = -23$. $\mathcal{S} = \{-23\}$.

$\frac{x+7}{x+1} = 0$ équivaut par propriété de quotient nul à : $x+7 = 0$ et $x+1 \neq 0$, c'est-à-dire à $x = -7$ et $x \neq -1$.

Or $-7 \neq -1$, donc $\mathcal{S} = \{-7\}$.

$(3x-1)(2x+8) = 0$ équivaut d'après le théorème du produit nul à : $3x-1 = 0$ ou $2x+8 = 0$, c'est à dire à $x = \frac{1}{3}$ ou $x = -4$. $\mathcal{S} = \{-4; \frac{1}{3}\}$.

Exercice I

① 1 : réponse b) : le point B.
 2 : réponse b) : le point E.
 3 : réponse b) : les points D et E.
 4 : réponse c) : le point J.

② dans le repère $(D; A; C)$: $A(1; 0)$; $B(1; 1)$; $C(0; 1)$; $D(0; 0)$; $E(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

Exercice II

1)

The diagram shows a coordinate system with x and y axes ranging from -5 to 6. A triangle ABC is drawn with vertices at A(1,0), B(1,1), and C(0,1). The origin is labeled D(0,0). A point E is marked at (0.5, 0.5). A line segment connects A and C, with point M on it. A line segment connects B and C, with point H on it. A line segment connects A and B, with point J on it. A red circle around the word 'Bien' is visible in the upper right quadrant.

2) Meurt le milieu de $[AC]$.

donc $M(x_M; y_M)$ avec :
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 + 5}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \cdot M\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

3) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - (-2))^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{(-1 + 2)^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$ u.l.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} (= 5\sqrt{2})$ u.l.

4a) $BC = 2\sqrt{10} = \sqrt{2^2 \times 10} = \sqrt{40}$.

d'une part, $AC^2 = \sqrt{50^2} = 50$

d'autre part, $AB^2 + BC^2 = \sqrt{10^2} + \sqrt{40^2} = 10 + 40 = 50$

Ainsi, $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (car $50 = 50$).

donc d'après le réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

4b) Puisque ABC est un triangle rectangle en B , $A(ABC) = \frac{BA \times BC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{40}}{2} = \frac{\sqrt{10 \times 40}}{2} = \frac{\sqrt{400}}{2} = \frac{20}{2} = \frac{10}{1}$ u.aire

4c) Sur figure - BH s'appelle la distance du point B à la droite (AC) .

4d) $A(ABC) = \frac{AC \times BH}{2}$ avec $A(ABC) = 10$ et $AC = \sqrt{50}$.
donc : $10 = \frac{\sqrt{50} \times BH}{2}$, donc $\sqrt{50} \times BH = 20$ et $BH = \frac{20}{\sqrt{50}} = \frac{20}{5\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{10}$
 $BH = 2\sqrt{2}$ u.l.

5) Des le système de B par rapport à M.

donc M est le milieu du segment [BD].

de plus M est le milieu du segment [AC].

donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (M).

A ce titre, ABCD est défini un parallélogramme.

de plus, d'après 4a), le triangle ABC est rectangle en B, donc ABCD est un pgm ayant un angle droit, donc

ABCD est un rectangle.

6) Soit D(x_D; y_D).

M($\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$) est le milieu de [BD], donc :

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} x_B + x_D = 2x_M \\ y_B + y_D = 2y_M \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} x_D = 2x_M - x_B = 2 \times \frac{3}{2} - (-1) = 3 + 1 = 4 \\ y_D = 2y_M - y_B = 2 \times \frac{3}{2} - 4 = 3 - 4 = -1 \end{cases}$$

$$\text{donc } \boxed{D(4; -1)}$$

7) Calculons WA :

$$WA = \sqrt{(x_A - x_W)^2 + (y_A - y_W)^2} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (1 - (-4))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 5^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$$

donc WA \neq 6 car $\sqrt{41} \neq 6$ vu que $\sqrt{41} \neq \sqrt{36}$.

donc W n'appartient pas au cercle de centre A et de rayon 6.

8) a) P(x; y) appartient à l'axe des ordonnées, donc son abscisse est nulle : $x = 0$ et P(0; y).

$$b) (y-4)^2 + 1 = (y+4)^2 + 4$$

$$y^2 - 8y + 16 + 1 = y^2 + 8y + 16 + 4$$

$$y^2 - 8y + 17 = y^2 + 8y + 20$$

$$-8y + 17 = 8y + 20$$

$$-8y - 8y = 20 - 17$$

$$-16y = 3$$

$$y = \frac{3}{-16} = -\frac{3}{16}$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{16}}$$

c) WBP est circulaire en P si et seulement si

$$PW = PB, \text{ ou encore : } PW^2 = PB^2.$$

$$\text{Or, } PW^2 = (x_P - x_W)^2 + (y_P - y_W)^2$$

$$PW^2 = (0 - 2)^2 + (y - (-4))^2$$

$$PW^2 = (-2)^2 + (y+4)^2 = (y+4)^2 + 4$$

$$\text{et } PB^2 = (x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 = (0 + 4)^2 + (y - 4)^2$$

$$PB^2 = (y-4)^2 + 16.$$

Or (8b) $PW^2 = PB^2$ si et seulement si : $y = -\frac{3}{16}$. donc $\boxed{P(0; -\frac{3}{16})}$