

**Exercice I**

1)  $0,86 < \frac{\sqrt{3}}{2} < 0,87$  ;  $0,1428 < \frac{1}{7} < 0,1429$

2)  $p = 2\pi r = 2\pi \times 10 = 20\pi$  mètres

:  $1\text{cm} = \frac{1}{100}\text{m}$ .

On cherche a et b tel que :  $a < \pi < b$  donc  $20a < 20\pi < 20b$  (tel que  $20b - 20a = 0,01$ )  
 $20(b-a) = 0,01$ , donc  $b-a = \frac{0,01}{20} = 5 \times 10^{-4}$

Or  $\pi \approx 3,1415926535\dots$ , donc  $3,14155 < \pi < 3,1416$  et  $3,1416 - 3,14155 = 5 \times 10^{-4}$ .

On obtient bien :  $62,831 < p < 62,832$

**Exercice II**

- ① Faux : par exemple,  $3,14 < \pi$  mais  $3,14 > 3,1$  ! ( $\pi \approx 3,1415926535$ ).  
Cher :  $x = 3,14$
- ② Faux : cher :  $1,5 \in [0,8; 2]$ , mais  $1,5 \notin [0,7; 1]$  car  $1,5 > 1$ .
- ③ Faux :  $\mathbb{Z} \cap ]-1; 0[ = \emptyset$  (aucun entier commun à ces 2 ensembles).
- ④ Faux : le décimal  $3,400000005$  appartient à  $]3,4; 3,400001[$ .
- ⑤ Vrai : Si  $x > 1$ , alors  $x \times x > x \times 1$  car  $x > 1 > 0$   
 donc  $x^2 > x$ .  
 Si  $x > 1$ , alors  $x \times x^2 > 1 \times x^2$ , c'est-à-dire :  $x^3 > x^2$   
 Ainsi, par transitivité de la relation  $>$  on a :  $x^3 > x^2$  et  $x^2 > x$ , donc  $x^3 > x$ .

**Exercice III**

Faire des dessins !!

$I \cap J = [14; 15[$  ;  $I \cup J = [12; 20]$ .

$I \cap J = ]-2\pi; -\pi]$  ;  $I \cup J = ]-\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$ .

### Exercice IV

I- 1)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-3+7 < a+7 \leq 5+7$ , c'est-à-dire:  $4 < a+7 \leq 12$ .

2)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-3-5,2 < a-5,2 \leq 5-5,2$ , c'est-à-dire:  $-8,2 < a-5,2 \leq -0,2$

3)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-3 \times 4 < 4a \leq 4 \times 5$  car  $4 > 0$ , c'est-à-dire:  $-12 < 4a \leq 20$ .

4)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-6 < 2a \leq 10$  (car  $2 > 0$ ), donc  $-14 < 2a-8 \leq 2$

5)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-3 \times (-4) > -4a \geq 5 \times (-4)$  car  $-4 < 0$ , donc  $12 > -4a \geq -20$   
 donc  $13 > -4a+1 \geq -19$

6)  $-3 < a \leq 5$ , donc  $-6 < a-3 \leq 2$ , donc  $-\frac{6}{7} < \frac{a-3}{7} \leq \frac{2}{7}$  car  $7 > 0$ .

II-  $A > B > C > 0$ : donc  $\frac{A}{B} > \frac{B}{B} > \frac{C}{B}$  car  $B > 0$

donc  $\frac{A}{B} > 1 > \frac{C}{B}$ : Ainsi,  $\frac{A}{B} > 1$  et  $\frac{C}{B} < 1$

III-

a)  $1,4 \leq x \leq 3,2$   
 $-1 \leq y \leq 2$

donc  $1,4+(-1) \leq x+y \leq 3,2+2$   
 $0,4 \leq x+y \leq 5,2$

b)  $1,4 \leq x \leq 3,2$ , donc  $2,8 \leq 2x \leq 6,4$  car  $2 > 0$   
 $-1 \leq y \leq 2$ , donc  $-3 \leq 3y \leq 6$  car  $3 > 0$ .

donc:  $2,8+(-3) \leq 2x+3y \leq 6,4+6$   
 $-0,2 \leq 2x+3y \leq 12,4$

c)  $1,4 \leq x \leq 3,2$   ~~$x$~~  =  $x-y = x+(-y)$   $\triangle$  Pas de soustraction d'inégales!  
 $-1 \leq y \leq 2$  donc  $-1 \times (-1) \geq -1y \geq -1 \times 2$ , donc  $-2 \leq -y \leq 1$ .

Ainsi:  $1,4 \leq x \leq 3,2$   
 $-2 \leq -y \leq 1$

$1,4+(-2) \leq x+(-y) \leq 3,2+1$   
 $-0,6 \leq x-y \leq 4,2$

d)  $1,4 \leq x \leq 3,2$ , donc  $2,8 \leq x \leq 6,4$  (car  $2 > 0$ ).

$-1 \leq y \leq 2$ , donc  $5 \geq -5y \geq -10$  (car  $-5 < 0$ ).

Ainsi:  $2,8 \leq x \leq 6,4$   
 $-10 \leq -5y \leq 5$

$2,8+(-10) \leq x+(-5y) \leq 6,4+5$   
 $-7,2 \leq x-5y \leq 11,4$

### Exercice V

#### Exercice I

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 2x-7 > 6-(2x-8) \\
 & 2x-7 > 6-2x+8 \\
 & 2x+2x > 6+8+7 \\
 & 4x > 21 \\
 & x > \frac{21}{4} \text{ car } 4 > 0 \\
 & \mathcal{J} = ]\frac{21}{4}; +\infty[
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4x-2(6+2x) \leq 4-2(x-11) \\
 & 4x-12-4x \leq 4-2x+22 \\
 & -12 \leq -2x+26 \\
 & 2x \leq 26+12 \\
 & 2x \leq 38 \\
 & x \leq \frac{38}{2} \text{ car } 2 > 0 \\
 & x \leq 19 \\
 & \mathcal{J} = ]-\infty; 19[.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 1-a < 2a+5 < 9-a \text{ équivaut à:} \\
 & 1-a < 2a+5 \text{ et } 2a+5 < 9-a \\
 & 1-5 < 2a+a \text{ et } 2a+a < 9-5 \\
 & 3a > -4 \text{ et } 3a < 4 \\
 & a > -\frac{4}{3} \text{ et } a < \frac{4}{3} \\
 & \text{---} \frac{4}{3} \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad \frac{4}{3} \text{---} \\
 & \mathcal{J} = ]-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}[ \text{ donc}
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{J} = \{-1; 0; 1\} \text{ car } a \in \mathbb{Z}$$

$$3) \quad mx-2 > x+m \Leftrightarrow mx-x > m+2 \Leftrightarrow x(m-1) > m+2$$

Distinguons 3 cas: x) Si  $m-1 > 0$ , c'est à dire si  $m > 1$  alors  $x(m-1) > m+2$  équivaut à  $x > \frac{m+2}{m-1}$  car  $m-1 > 0$ .

$$\boxed{\text{Si } m > 1, \text{ alors } \mathcal{J} = ]\frac{m+2}{m-1}; +\infty[.}$$

\*) Si  $m-1 = 0$ :  $x(m-1) > m+2$  s'écrit:  $x \cdot 0 > 3$ , c'est à dire  $0 > 3$ : absurde.

$$\boxed{\text{Si } m = 1, \text{ alors } \mathcal{J} = \emptyset}$$

\*\*) Si  $m-1 < 0$ , c'est à dire si  $m < 1$ , alors  $x(m-1) > m+2$  équivaut à:  $x < \frac{m+2}{m-1}$  car  $m-1 < 0$ .

$$\boxed{\text{Si } m < 1, \text{ alors } \mathcal{J} = ]-\infty; \frac{m+2}{m-1}[.}$$

### Exercice VI

soit  $x$  le nombre de personnes femmes embauchées. Comme l'entreprise veut embaucher autant de femmes que d'hommes, elle embauchera aussi  $x$  hommes, et donc il y aura  $x$  personnes embauchées,  $170+x$  femmes et  $270+x$  hommes.

$$\text{On veut que } 170+x \geq \frac{2}{3} (270+x) \text{, donc: } 3(170+x) \geq 2(270+x) \text{ car } 3 > 0$$

$$510+3x \geq 540+2x$$

$$3x-2x \geq 540-510$$

$$x \geq 30$$

$$\mathcal{J} = [30; +\infty[.$$

Il faut donc embaucher (au moins) 30 femmes et 30 hommes, c'est à dire au minimum 60 personnes pour que le nombre de femmes soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'hommes.

**Exercice VII**

Exercice III

a)  $(2x-1)(-x+5) > 0$

Faisons un tableau de signes :  $2x-1 \geq 0$  équivalent à  $2x \geq 1$  c'est à dire à  $x \geq \frac{1}{2}$  ( $2 > 0$ ).  
 $-x+5 \geq 0$  équivalent à  $5 \geq x$  c'est à dire  $x \leq 5$ .

on a :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	5	$+\infty$	
Signe de $2x-1$	-	o	+	+	
Signe de $-x+5$	+	+	o	-	
Signe de $(2x-1)(-x+5)$	-	o	+	o	-

Grâce au tableau de signes :  $(2x-1)(-x+5) > 0$  si et seulement si :  $\frac{1}{2} < x < 5$ .

$\mathcal{J} = ]\frac{1}{2}; 5[$ .

b)  $\frac{2x+3}{3x-5} \geq 0$ .

Faisons un tableau de signes :  $2x+3 \geq 0$  équivalent à  $2x \geq -3$ , c'est à dire  $x \geq -\frac{3}{2}$  ( $2 > 0$ )  
 $3x-5 \geq 0$  équivalent à  $3x \geq 5$ , c'est à dire  $x \geq \frac{5}{3}$  ( $3 > 0$ )

⚠  $3x-5=0$  soit  $x=\frac{5}{3}$  :  $\frac{5}{3}$  est la valeur interdite pour le quotient  $\frac{2x+3}{3x-5}$ .

on a :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
Signe de $2x+3$	-	o	+	+
Signe de $3x-5$	-	-	o	+
Signe de $\frac{2x+3}{3x-5}$	+	o	-	+

d'après le tableau de signes,  $\frac{2x+3}{3x-5} \geq 0$  équivalent à :  $x \in ]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup ]\frac{5}{3}; +\infty[$ .

$\mathcal{J} = ]-\infty; -\frac{3}{2}] \cup ]\frac{5}{3}; +\infty[$ .

Exercice VIII

(5)



o) Notons  $v_{A \rightarrow B}$  la vitesse de l'avion lorsqu'il va de A vers B :  $v_{A \rightarrow B} = V + v$  (effet favorable du vent dans ce sens là).

Notons  $v_{B \rightarrow A}$  B vers A :  $v_{B \rightarrow A} = V - v$  (le vent

contraire de mouvement dans ce sens là.)

1) i)  $t = t_{\text{aller}} + t_{\text{retour}}$  et la relation  $t_{\text{ps}} = \frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$  conduit à :

$$t = \frac{d}{V} + \frac{d}{V} = \frac{2d}{V} \quad (\text{absence de vent ici), donc } t_{\text{aller}} = t_{\text{retour}}!$$

ii)  $T = t'_{\text{aller}} + t'_{\text{retour}}$

$$T = \frac{d}{V+v} + \frac{d}{V-v}$$

2) Il s'agit tout bêtement de comparer  $T$  et  $t$  : si  $T > t$ , l'effet du vent sera défavorable à l'avion, sinon il sera favorable à l'avion.

$$\text{Or, } T - t = \frac{d}{V+v} + \frac{d}{V-v} - \frac{2d}{V} = d \times \left( \frac{1}{V+v} + \frac{1}{V-v} - \frac{2}{V} \right)$$

$$T - t = d \times \left( \frac{V(V-v)}{V(V+v)(V-v)} + \frac{V(V+v)}{V(V+v)(V-v)} - \frac{2(V+v)(V-v)}{V(V+v)(V-v)} \right)$$

$$T - t = d \times \left( \frac{V^2 - Vv + V^2 + Vv - 2(V^2 - v^2)}{V(V+v)(V-v)} \right)$$

$$T - t = \frac{d \times (2V^2 - 2V^2 + 2v^2)}{V(V+v)(V-v)} = \frac{d \times 2v^2}{V(V+v)(V-v)} = \frac{2dv^2}{V(V+v)(V-v)}$$

Or  $d > 0$ ,  $v > 0$ ,  $V > 0$  et  $v < V$ , donc  $V - v > 0$  :

donc  $\frac{2dv^2}{V(V+v)(V-v)} > 0$ , donc  $T - t > 0$ , donc  $T > t$  : sur un aller-retour, le vent aura toujours un effet défavorable sur la durée de vol de l'avion.