Exercice I

Soit $x = CN = BM$: on a $0 \leq x \leq 6$.

Appelons f la fonction définie sur $[0;6]$ qui représente l'aire du triangle triangle MNI.

$f(x) = \text{Aire}(ABCD) - [\text{Aire}(BMN) + \text{Aire}(CNI) + \text{Aire}(IDAM)]$.

OR BMN est un triangle rectangle en N, donc $\text{Aire}(BMN) = \frac{BM \times CN}{2} = \frac{x(6-x)}{2}$.

de même, $\text{Aire}(CNI) = \frac{CN \times CI}{2} = \frac{x \times 3}{2} = \frac{3x}{2}$

Enfin, IDAM est un trapèze rectangle, donc $\text{Aire}(IDAM) = \frac{ID + AM}{2} \times DA = \frac{3+6-x}{2} \times 6$

$\text{Aire}(IDAM) = (9-x) \times 3$ et enfin $\text{Aire}(ABCD) = 6^2 = 36$

de sorte que : $f(x) = 36 - \left(\frac{x(6-x)}{2} + \frac{3x}{2} + 3(9-x) \right)$

$f(x) = 36 - \left(\frac{6x - x^2 + 3x}{2} + 27 - 3x \right)$

$f(x) = 36 - \left(\frac{9x}{2} - \frac{x^2}{2} + 27 - 3x \right) = 36 - \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{3x}{2} + 27 \right)$.

$\boxed{f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + 9}$

On reconnaît ici une fonction trinôme avec : $a = \frac{1}{2}$ et $b = -\frac{3}{2}$ (et $c = 9$).

Vu que $a > 0$ f va admettre un minimum sur $\mathbb{R}$.

Plus précisément : $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{3}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$.

x	0	$3/2$	6
$f(x)$	9	$\frac{63}{8}$	18

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{8} - \frac{9}{4} + 9$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{8} - \frac{18}{8} + \frac{72}{8} = \frac{63}{8}$

donc f décroît sur $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ et croît sur $\left[\frac{3}{2}; 6\right]$: f admet donc un minimum sur $[0;6]$ atteint lorsque $x = \frac{3}{2}$.

donc il faut que M soit placé à 1,5 unité du point B sur $[AB]$ afin que le triangle MNI ait une aire minimale et égale à $\frac{63}{8} = 7,875$ unités d'aire.

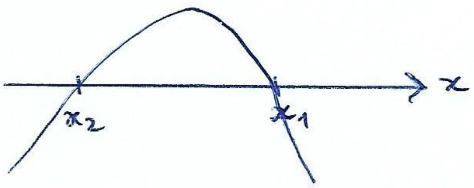
Exercice II

1) $\underbrace{-5x^2+10x+7}>0$.

a) Trinôme avec : $a=-5$; $b=10$; $c=7$. $\Delta = b^2-4ac = 10^2-4\times(-5)\times 7 = 100+140=240$.

$\Delta>0$ donc ce trinôme a deux racines : $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-10-\sqrt{240}}{-10} = \dfrac{10+4\sqrt{15}}{10} = \dfrac{10}{10}+\dfrac{4\sqrt{15}}{10} \\ x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 1-\dfrac{2\sqrt{15}}{5} \end{cases}$

$a<0$ $\qquad x_1 = 1+\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$



Par suite, $-5x^2+10x+7>0$ équivaut à $1-\dfrac{2\sqrt{15}}{5}<x<1+\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$.

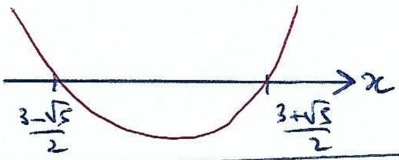
$$\boxed{\mathcal{S} = \left]1-\frac{2\sqrt{15}}{5}\,;\,1+\frac{2\sqrt{15}}{5}\right[.}$$

b) $x^2+1\geqslant 3x$ équivaut à : $x^2-3x+1\geqslant 0$. Ici on a un trinôme avec : $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=1 \end{cases}$.

$\Delta = b^2-4ac = (-3)^2-4\times1\times1 = 9-4=5$.

$\Delta>0$, donc ce trinôme a deux racines : $x_1 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

$a>0$ donc :



Par suite on a :

x	$-\infty$		$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
Signe de x^2-3x+1		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{\mathcal{S} = \left]-\infty\,;\,\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right] \cup \left[\frac{3+\sqrt{5}}{2}\,;\,+\infty\right[.}$$

c) $\dfrac{x}{x-1}\leqslant\dfrac{x+2}{2x}$ équivaut à : $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x+2}{2x}\leqslant 0$ et en réduisant à un même dénominateur : $2x(x-1)$

$$\frac{x\times 2x}{2x(x-1)} - \frac{(x+2)(x-1)}{2x(x-1)} \leqslant 0$$

$$\frac{2x^2-(x^2-x+2x-2)}{2x(x-1)} \leqslant 0$$

$\dfrac{2x^2-x^2+x-2x+2}{2x(x-1)} \leqslant 0$ qui équivaut à : $\boxed{\dfrac{x^2-x+2}{2x(x-1)} \leqslant 0}$

Considérons le trinôme x^2-x+2 : $\Delta=(-1)^2-4\times1\times2=1-8=-7$.

$\Delta<0$ et $a=1$, donc $a>0$, donc d'après le cours, pour tout réel x, $x^2-x+2>0$.

Dressons un tableau de signes : ($2x\geq0 \iff x\geq0$ et $x-1\geq0 \iff x\geq1$).

x	$-\infty$ 0	0 1	1 $+\infty$
Signe de x^2-x+2	$+$	$+$	$+$
Signe de $2x$	$-$ 0	$+$	$+$
Signe de $x-1$	$-$	$-$ 0	$+$
Signe de $\dfrac{x^2-x+2}{2x(x-1)}$	$+$ ‖	$-$ ‖	$+$

Par suite, $\dfrac{x^2-x+2}{2x(x-1)}\leq0$ équivaut à $0<x<1$: $\boxed{S=]0;1[}$.

d) $x-3<\sqrt{x-1}$. (*)

Tout d'abord pour pouvoir calculer $\sqrt{x-1}$ il faut que $x-1\geq0$ c'est à dire que $x\geq1$

on résout donc cette inéquation sur l'intervalle $[1;+\infty[$.

Ensuite, si $x-3<0$ c'est à dire si $x<3$, l'inégalité $x-3<\sqrt{x-1}$ est vérifiée

puisque $\sqrt{x-1}\geq0$. Donc l'intervalle $[1;3[$ est déjà solution de cette inéquation.

Supposons à présent que $x\geq3$: on a donc $x-3\geq0$ et : $x-3<\sqrt{x-1}$

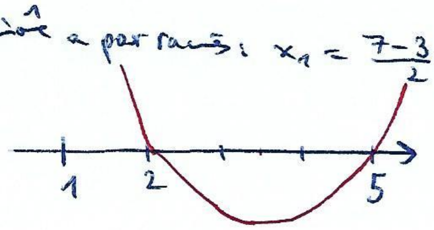
Donc par croissance de la fonction carré sur $[0;+\infty[$, on a : $(x-3)^2<\left(\sqrt{x-1}\right)^2$.

Donc $x^2-6x+9<x-1$ qui équivaut à $\underbrace{x^2-7x+10}_{}<0$.

Trinôme avec : $a=1$; $b=-7$; $c=10$.

$\Delta=(-7)^2-4\times10=9=3^2$

Ce trinôme a pour racines : $x_1=\dfrac{7-3}{2}=2$ et $x_2=\dfrac{7+3}{2}=5$.



Donc $x\geq1$ et $x^2-7x+10<0$ équivalent à : $2<x<5$.

Donc $S=[1;3[\cup]2;5[=[1;5[$ est l'ensemble des solutions [illegible]

2) $T(x) = x^2 - 5x - 6$ a pour racines évidentes : $x_1 = -1$ et $x_2 = 6$.

Ici $a = 1$, donc $\boxed{T(x) = (x-(-1))(x-6) = (x+1)(x-6)}$

$Q(x) = 2x^2 + 5x + 1$: ici $a = 2$; $b = 5$; $c = 1$; $\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times 1 = 25 - 8 = 17$.

$\Delta > 0$, donc ce trinôme a pour racines : $x_1 = \dfrac{-5-\sqrt{17}}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-5+\sqrt{17}}{4}$.

Donc $Q(x) = a(x-x_1)(x-x_2) = 2\left(x + \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \dfrac{(-5)+\sqrt{17}}{4}\right)$

$\boxed{Q(x) = 2\left(x + \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \dfrac{5-\sqrt{17}}{4}\right)}$.

$\boxed{R(x) = 40x^2 - 20x = 20x(2x-1) = 40x\left(x - \dfrac{1}{2}\right)}$

3) Si p et q sont solutions de $x^2 + px + q = 0$, alors : $p^2 - 4q > 0$ $(\Delta > 0)$

et $\begin{cases} x_1 \times x_2 = pq = \dfrac{c}{a} = \dfrac{q}{1} = q, \text{ donc } pq = q \\ x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{p}{1} = -p, \text{ donc } p + q = -p. \end{cases}$

Par suite, nécessairement : $\begin{cases} pq = q \\ 2p + q = 0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} pq - q = 0 \\ 2p + q = 0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} q(p-1) = 0 \; (*) \\ 2p + q = 0. \; (**) \end{cases}$

Or, $q(p-1) = 0 \iff q = 0$ ou $p = 1$ (produit nul).

Donc : $(*)$ Si $q = 0$, alors $(**)$ conduit à $p = 0$ et dans ce cas, $\Delta = 0^2 - 4 \times 0 = 0$, donc on rejette ce cas car il faut $\Delta > 0$ pour avoir deux solutions.

Dans $(*)$ si $p = 1$: alors $(**)$ s'écrit : $2 + q = 0$, donc $q = -2$.

Dans ce cas là, $\Delta = p^2 - 4q = 1^2 - 4 \times (-2) = 9$ et $9 > 0$.

Donc pour $p = 1$ et $q = -2$, $x^2 + px + q = 0$ admet pour solutions les réels p et q !

4) $mx^2 + (m-1)x + m - 1 = 0$. $(\#)$

<u>1</u>

1$^{\text{er}}$ cas : Si $m = 0$, alors $(\#)$ s'écrit : $-x - 1 = 0$ et a pour solution $x = -1$.

$S_0 = \{-1\}$.

<u>2ème cas :</u> Si $m \neq 0$ (#) est une équation du second degré avec : $\begin{cases} a = m \\ b = m-1 \\ c = m-1 \end{cases}$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4m(m-1) = (m-1)(m-1-4m)$

$\underline{\Delta = (m-1)(-3m-1)}$.

Le nombre de solutions de (#) dépend du signe de Δ, donc étudions le signe de Δ :

m	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		0		1		$+\infty$
Signe de $m-1$		$-$	|		$-$		0	$+$	
Signe de $-3m-1$		$+$	0		$-$		|	$-$	
Signe de $\Delta = (m-1)(-3m-1)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	

↖ Si $m = 0$ (#) n'est pas un trinôme donc on ne peut pas parler de Δ.

alors :

$\boxed{\begin{array}{l} \text{*) Si } m < -\frac{1}{3} \text{ ou si } m > 1, \text{ alors } S_{(\#)} = \emptyset. \\ \text{**) Si } m = -\frac{1}{3} \text{ ou si } m = 1, \text{ alors l'équation (\#) admet une unique solution.} \\ \text{***) Si } -\frac{1}{3} < m < 0 \text{ ou } 0 < m < 1, \text{ alors l'équation (\#) admet deux solutions.} \end{array}}$

Exercice III

Exercice III

$(2x-6)^2 = (2x)^2 - 2\times 2x\times 6 + 6^2 = 4x^2 - 24x + 36$

① $2x^2+13x+1 \geq (2x-6)^2$

$2x^2+13x+1 \geq 4x^2-24x+36$

$2x^2+13x+1-4x^2+24x-36 \geq 0$

$-2x^2+37x-35 \geq 0$

$a=-2 ; b=37 ; c=-35$ $\quad \Delta = 37^2-4\times(-2)\times(-35) = 1369-280 = 1089 \ (=33^2)$

$\Delta>0$ donc les racines de ce trinôme sont : $\begin{cases} x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-37-33}{-4} = \frac{-70}{-4} = \frac{35}{2} \\ x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-37+33}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1. \end{cases}$

$a<0$

Donc :

x	$-\infty$		1		$\frac{35}{2}$		$+\infty$
Signe de $-2x^2+37x-35$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc $-2x^2+37x-35 \geq 0 \iff x \in \left[1 ; \frac{35}{2}\right]$.

$\boxed{S = \left[1 ; \frac{35}{2}\right]}$

2) A la question ①, on a résolu l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$.

Grâce à cette question : Sur $\left]1 ; \frac{35}{2}\right[$, $\mathcal{C}_f$ est situé au-dessus de $\mathcal{C}_g$

$\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ se coupent en deux points d'abscisses respectives 1 et $\frac{35}{2}$.

Le tableau de signe de la question précédente montre aussi que sur chacun des intervalles $]-\infty ; 1[$ et $\left]\frac{35}{2} ; +\infty\right[$, $\mathcal{C}_f$ est situé AU-DESSOUS de $\mathcal{C}_g$ (car $f(x)-g(x)<0$ sur ces intervalles).

Exercice IV

a) $f(2)=0$ et $f(-1,5)=0$, donc 2 et $-1,5$ sont les racines de $f(x)=ax^2+bx+c$.

Par suite, $f(x)=a(x-2)(x-(-1,5))=a(x-2)(x+1,5)$.

De plus, $f(6)=4 \Longleftrightarrow a(6-2)(6+1,5)=4 \Longleftrightarrow 4a\times 7,5=4 \Longleftrightarrow a=\frac{4}{4\times 7,5}=\frac{1}{7,5}=\frac{2}{15}$.

D'où $\boxed{f(x)=\frac{2}{15}(x-2)(x+1,5)}$. En développant : $f(x)=\frac{2}{15}(x^2+1,5x-2x-3)$

Forme factorisée

$\boxed{f(x)}=\frac{2}{15}\left(x^2-\frac{1}{2}x-3\right)=\frac{2}{15}x^2-\frac{1}{15}x-\frac{6}{15}=\boxed{\frac{2}{15}x^2-\frac{1}{15}x-\frac{2}{5}}$

forme développée

b) Grâce à la forme développée : $a=\frac{2}{15}$ et $b=-\frac{1}{15}$.

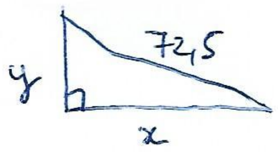
$S\left(\overset{x_S}{-\frac{b}{2a}}\,;\,\overset{y_S}{f\left(-\frac{b}{2a}\right)}\right)$ avec

$$\begin{cases} x_S=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{\frac{1}{15}}{2\times\frac{2}{15}}=\dfrac{\frac{1}{15}}{\frac{4}{15}}=\dfrac{1}{15}\times\dfrac{15}{4}=\dfrac{1}{4}. \\ y_S=f\left(-\frac{b}{2a}\right)=f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{2}{15}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{15}\times\frac{1}{4}-\frac{2}{5}=\underbrace{\frac{2}{15}\times\frac{1}{16}}_{\frac{1}{120}}-\frac{1}{60}-\frac{2}{5} \end{cases}$$

$y_S=\frac{1}{120}-\frac{1}{60}-\frac{2}{5}=\frac{1}{120}-\frac{2}{120}-\frac{48}{120}=\frac{-49}{120}$

$\boxed{S\left(\frac{1}{4}\,;\,\frac{-49}{120}\right)}$

Exercice V



Traduisons les données de l'énoncé : $\frac{xy}{2} = 429$ (aire)

et $x^2 + y^2 = 72,5^2$ (Pythagore).

On a donc le système de deux équations à deux inconnues suivant : $\begin{cases} \frac{xy}{2} = 429 \\ x^2 + y^2 = 5256,25. \end{cases}$

$\begin{cases} xy = 858 & (L_1) \\ x^2 + y^2 = 5256,25 & (L_2) \end{cases}$ Là, il faut un peu ruser : on va remplacer (L_2) par $(L_2) - 2 \times (L_1)$:

$\begin{cases} xy = 858 \\ \underbrace{x^2 + y^2 - 2xy} = 5256,25 - 2 \times 858 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 858 \\ \underbrace{(x-y)^2} = 3540,25 \end{cases}$

Sans perte de généralité, on peut supposer que $x \geq y$, donc $x - y \geq 0$ de sorte que le système équivaut à : $\begin{cases} x - y = \sqrt{3540,25} = 59,5 \\ xy = 858 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} y = x - 59,5 \\ x(x - 59,5) = 858 \end{cases}$

$\begin{cases} y = x - 59,5 \\ x^2 - 59,5x - 858 = 0. \end{cases}$

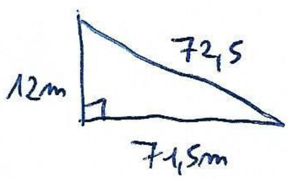
Résolvons alors : $x^2 - 59,5x - 858 = 0$; $a = 1$; $b = -59,5$; $c = -858$.

$\Delta = (-59,5)^2 - 4 \times 1 \times (-858) = 6972,25 \; (= 83,5^2)$.

$\Delta > 0$, donc cette équation a pour racines : $\begin{cases} x_1 = \frac{59,5 - 83,5}{2} = -12 \\ x_2 = \frac{59,5 + 83,5}{2} = \frac{143}{2} = 71,5 \end{cases}$

$\mathcal{S} = \{-12 ; 71,5\}$.

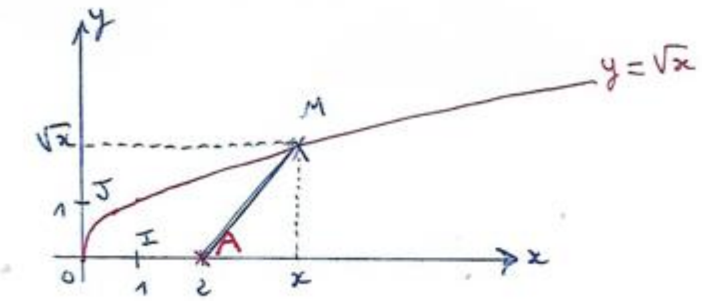
Or ici $x > 0$, donc $x = 71,5$ m et $y = x - 59,5 = 71,5 - 59,5 = 12$ m



$P = 71,5 + 72,5 + 12 = 155$ m.

$\boxed{\text{Le triangle a pour périmètre } 155 \text{ m}}$

Exercice VI



Soit $(O ; I ; J)$ un repère orthonormé du plan : $A(2 ; 0)$ et soit $x \geq 0$ l'abscisse d'un point M parcourant la courbe d'équation : $y = \sqrt{x}$: on a donc : $M(x ; \sqrt{x})$.

Par suite, $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + \sqrt{x}^2} = \sqrt{x^2 - 4x + 4 + x}$

$AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

Rendre AM minimale revient à rendre AM^2 minimale.

Or $\boxed{AM^2 = x^2 - 3x + 4 = f(x)}$ avec $x \geq 0$.

c'est une fonction trinôme avec $a = 1$; $b = -3$. Vu que $a > 0$, f admet un minimum sur $\mathbb{R}$. Ce dernier est atteint lorsque $x = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$ (et $\frac{3}{2} \geq 0$).

Lorsque $M\left(\frac{3}{2} ; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$, la distance AM est donc minimale et vaut : $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{2} + 4} = \sqrt{1,75}$ unités de longueur.

Exercice VII

Soit x la hauteur de pliage : on a : $0 \leq x$ et $2x \leq 12$, donc $x \leq 6$.

donc $0 \leq x \leq 6$.

Soit f la fonction égale au volume de la gouttière qui a la forme d'un pavé droit sans toit !

Pour tout réel x appartenant à $[0 ; 6]$, on a : $f(x) = 100 \times x \times (12 - 2x)$.

$f(x) = 1200x - 200x^2$

$\boxed{f(x) = -200x^2 + 1200x}$ c'est une fonction trinôme avec : $a = -200$; $b = 1200$.

$a < 0$ donc f admet un maximum sur $\mathbb{R}$ atteint lorsque $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1200}{-400} = 3$. (et $3 \in [0 ; 6]$)

Il faut donc plier et avoir une hauteur de 3 cm afin que la contenance de la gouttière soit maximale (et égale à $f(3) = -200 \times 3^2 + 1200 \times 3 = 1800$ cm³).

Exercice VIII

Exercice IV

①

	$M \leqslant 200$	$M > 200$	Total
Espèces(%) *	14	4	18
Chèques(%)	56	24	80
Carte (%)	0	2	2
Total(%)	70	30	100

*) $\frac{70}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{14}{100}$

② $P(A) = P(M>200) = \frac{30}{100} = 0,3$

$P(B) = \frac{4}{100} = 0,04$

$P(C) = \frac{30}{100} + \frac{18}{100} - \frac{4}{100} = \frac{44}{100} = 0,44$. (Principe de comptage d'une réunion!)

③ on cherche ici $P_E(M>200)$ où E = "achat payé en espèce".

grâce au tableau, $P_E(M>200) = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$ $\quad P_E(M>200) \simeq 0,22$ à 10^{-2} près.

④ on cherche ici : $P_{(M\leqslant 200)}(E) = \frac{14}{70} = \frac{1}{5} = 0,2$

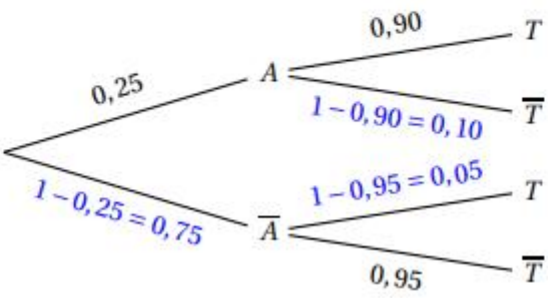
Exercice IX

Un patient atteint d'angine et ayant subi le test est choisi au hasard.

On considère les évènements suivants :

- A : « le patient est atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques » ;
- T : « le test est positif » ;
- $\overline{A}$ et $\overline{T}$ sont respectivement les évènements contraires de A et T.

1. On résume la situation par un arbre pondéré.



$P(A \cap T) = P(A) \times P_A(T) = 0,25 \times 0,90 = 0,225$

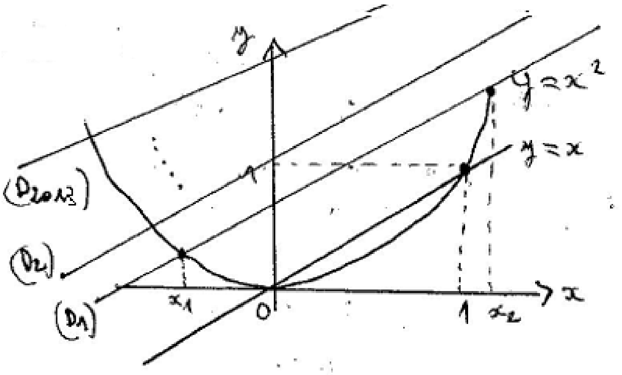
2. D'après la formule des probabilités totales :
$P(T) = P(A \cap T) + P\left(\overline{A} \cap T\right) = 0,225 + 0,75 \times 0,05 = 0,2625$

3. On choisit un patient ayant un test positif. La probabilité qu'il soit atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques est :
$P_T(A) = \dfrac{P(A \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0,225}{0,2625} \approx 0,8571$

4. **a.** Les évènements correspondant à un résultat erroné du test sont : $\overline{A} \cap T$ et $A \cap \overline{T}$.

   b. On définit l'évènement E : « le test fournit un résultat erroné ».
   $P(E) = P\left(\overline{A} \cap T\right) + P\left(A \cap \overline{T}\right) = 0,25 \times 0,10 + 0,75 \times 0,05 = 0,0625$

Exercice X



$\mathcal{P}$: Courbe d'équation $y = x^2$.

Soit (d) la droite d'équation : $y = x$. Toute parallèle à (d) admet une équation de la forme : $y = x + m$ où $m \in \mathbb{R}$.

Une telle droite d'équation : $y = x + m$, rencontre $\mathcal{P}$ en deux points équivaut à dire que l'équation $x^2 = x + m$ d'inconnue x admet 2 racines distinctes.

$x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 - x - m = 0$. $\boxed{\Delta} = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-m) = \boxed{1 + 4m}$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow 4m > -1 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$. Notons $\mathcal{D}_m$ la droite d'équation : $y = x + m$.

Dans ce cas, $M(x ; y) \in \mathcal{P} \cap \mathcal{D}_m \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + m \\ \text{et} \\ x^2 = x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + m \\ \text{et} \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases}$

Lorsque $m > -\frac{1}{4}$, la dernière équation admet 2 racines réelles distinctes :

Soient x_1 et x_2 les abscisses des points d'intersection de l'une quelconque de ces droites et de la parabole $\mathcal{P}$: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{1} = 1$.

Par suite, la somme des abscisses des 4044 points d'intersection entre la parabole et chacune de ces droites est donc égale à 2022 (on groupe par paires de points, on obtient 2022 paires de points).