Exercice I

a) $\Omega = \{B ; V\}$ où B désigne l'évènement obtenir une boule bleue et V obtenir une boule verte.

b) $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

c) $\Omega = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ (écart minimal : $2-1=1$; écart maximal : $10-1=9$).

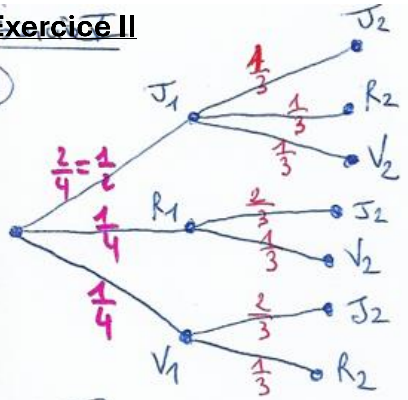
d) $\Omega = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

e) $\Omega = \{3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19\}$. $\to$ Ω se note : $[\![3;19]\!]$

f) $\Omega = \{2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20\}$ $\to$ Ω se note : $[\![2;20]\!]$.

Exercice II

1)



⚠ Pas de remise ici !

2) Il y a donc $\boxed{7}$ issues possibles ici.

3) $\boxed{P(R) = \frac{1}{4}}$; $P(J) = \underbrace{P(J_1 \cap J_2)} + \underbrace{P(R_1 \cap J_2)} + \underbrace{P(V_1 \cap J_2)}$

$P(J) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

$\boxed{P(J)} = \frac{1}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$

b) $R \cap J$ = « Piocher un jeton rouge en 1er et un jeton jaune en second ».

$P(R \cap J) = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ (arbre !)

c) $\boxed{P(R \cup J)} = P(R) + P(J) - P(R \cap J) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{6}{12} - \frac{2}{12} = \boxed{\frac{7}{12}}$

4) a) $N = (R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap R_2)$

$P(N) = \underbrace{P(R_1 \cap V_2)} + \underbrace{P(V_1 \cap R_2)}$

$\boxed{P(N)} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$

b) $\overline{N}$ = « au moins un des deux jetons tirés est jaune ».

$\boxed{P(\overline{N})} = 1 - P(N) = 1 - \frac{1}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$

Exercice III

1) E $= A \cap B$

F $= A \cup B$

G $= \overline{A} \cap \overline{B}$

H $= A \cap \overline{B}$

I $= (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$

2) D'après l'énoncé $p(\mathrm{F}) = 1$ car au moins un des deux distributeurs fonctionne !

$p(\mathrm{G}) = 0$ car G est un événement impossible.

Enfin $p(F) = 1 = p(A \cup B) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B}) - p(A \cap B)$

Donc : $1 = 0{,}8 + 0{,}6 - p(A \cap B)$ donc $p(A \cap B) = 0{,}8 + 0{,}6 - 1 = 0{,}4$.

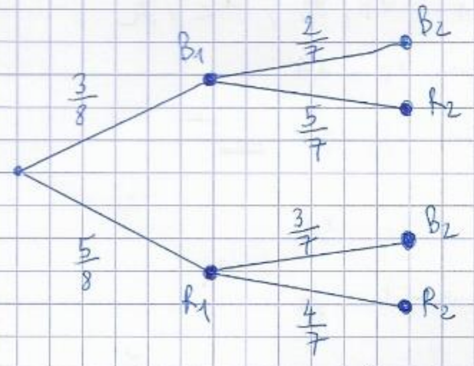
3) C'est faux : prenons pour contre-exemple celui de la question 2) :

$p(A \cap B) = 0{,}4$ tandis que $p(A) \times p(B) = 0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}48$.

Or $0{,}4 \neq 0{,}48$, donc $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$: l'affirmation énoncée est donc fausse !

Exercice IV

Ci-après :

1) 

$P(B_1) = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$ (nombre de cas favorables à la réalisation de $B_1 = 3$; nombre total de cas $= 3+5 = 8$).

⚠ au 2ème tirage, il n'y a plus que 7 boules en tout dans l'urne, et il faut tenir compte de la couleur de la boule obtenue au 1er tirage.

2) Nommons B = "obtenir un tirage formé de 2 boules blanches".

$$B = B_1 \cap B_2$$

$$\boxed{P(B)} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2 \times 7} = \boxed{\frac{3}{28}}$$

(1 seul chemin de l'arbre passe par B_1 puis par B_2).

3) Nommons C l'événement : "obtenir un tirage bicolore".

$$C = (B_1 \cap R_2) \cup (R_1 \cap B_2)$$

Sur l'arbre, 2 chemins réalisant l'événement C :

$$P(C) = \underbrace{P(B_1 \cap R_2)} + \underbrace{P(R_1 \cap B_2)}$$

$$P(C) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$$

$$\boxed{P(C)} = \frac{3 \times 5 \times 2}{8 \times 7} = \frac{3 \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 4 \times 7} = \boxed{\frac{15}{28}}$$

Exercice V

a) Il y a $10^4 = 10000$ codes différents possibles.

b) $p = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$ car un seul cas favorable "1234" sur les 10000 qui s'offrent à nous.

c) Pour chacun des quatre chiffres à taper on a 5 choix possibles : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Donc d'après le principe multiplicatif, il y a $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ codes contenant que des chiffres pairs.

Donc $p' = \frac{625}{10.000} = 0{,}0625$ est la probabilité de taper un code ne contenant que des chiffres pairs.

d) c'est $p'' = 1 - p' = 1 - 0{,}0625 = 0{,}9375$ vu que l'événement "Au moins un chiffre impair" est l'événement contraire de "taper un code ne contenant que des chiffres pairs".

e) Notons C l'événement : "le code se termine par 5".

H l'événement : "le code se termine par 8".

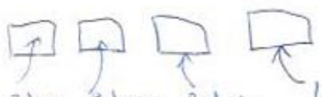
On cherche $p(C \cup H)$.

Or, $\overline{C \cup H} = \overline{C} \cap \overline{H}$ = "Code ne finissant ni par 5, ni par 8" : Il y a $10 \times 10 \times 10 \times 8$ tels codes

$p(\overline{C} \cap \overline{H}) = \frac{8000}{10000} = 0{,}8$.

donc $p(C\cup H) = 1 - p(\overline{C\cup H}) = 1-0,8 = 0,2$.

Rq : Ici, l'indication n'était pas utile ! C et H sont incompatibles, donc $p(C\cup H) = p(C)+p(H)$ avec de façon triviale, $P(C) = P(H) = 0,1$

f) 

Il y a donc $N = 8\times 8\times 8\times 4 = 2048$. cas favorables à la réalisation de cet événement.

Donc la probabilité de cet événement est $p'' = \frac{2048}{10000} = 0,2048$.

g) Pour taper un code comportant 3 chiffres identiques, il faut :

① Choisir un entier entre 0 et 9 (10 choix possibles) pour le chiffre répété.

② Positionner les trois chiffres répétés parmi les 4 positions (par exemple, si le chiffre répété est le 3, il y aura quatre possibilités : 333* ; 33*3 ; 3*33 , *333

③ Choisir enfin un chiffre distinct de celui répété, ce qui offre 9 possibilités.

Il y a donc $N = 10\times 4\times 9 = 360$ codes comportant exactement trois chiffres identiques.

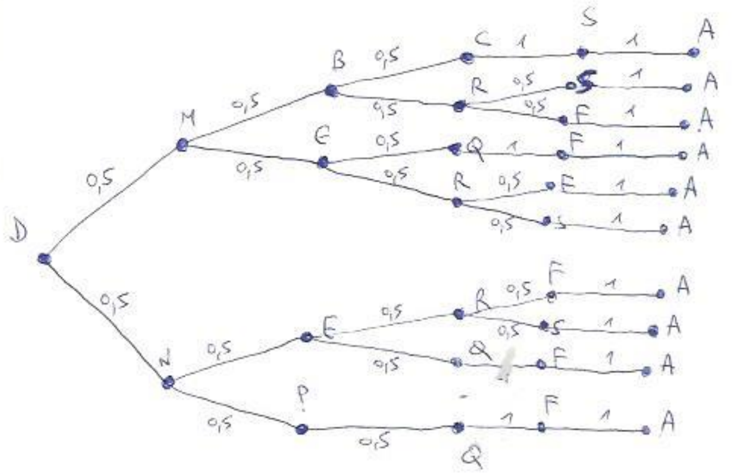
Par suite, la probabilité de taper un code ayant exactement trois chiffres identiques est :

$\tilde{p} = \frac{360}{10.000} = 0,036$

h) C'est $\tilde{\tilde{p}} = \frac{10}{10000} = 0,001$ car il n'y a que 10 cas favorables 0000 ; - - - ; 9999 sur un total de 10000 (équiprobabilité).

Exercice VI

0)



1) Grâce à l'arbre, on dénombre 10 chemins différents pour aller de D jusqu'à A.

2) ⚠ Chacun des 10 chemins de l'arbre n'a pas la même probabilité de réalisation !

a) Notons Ω_B = " Elle passe par B ".

$P(\Omega_B) = 0{,}5 \times 0{,}5 = \underline{0{,}25}$

(Peu importe ici ce qu'il y a après B)

b) Notons Ω_E = " Elle passe par E ".

$P(\Omega_E) = 0{,}5 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}5$

$P(\Omega_E) = 0{,}25 + 0{,}25 = \underline{0{,}5}$.

c) Notons $\Omega_{B \cap C}$ = " Elle passe par B et C ".

$P(\Omega_{B \cap C}) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1 = 0{,}125 = \underline{\frac{1}{8}}$

d) Notons $\Omega_{E \cap F}$ = " Elle passe par E et F ".

$P(\Omega_{E \cap F}) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1$.

$P(\Omega_{E \cap F}) = 0{,}5^3 + 0{,}5^4 + 0{,}5^4 + 0{,}5^3 = 2 \times 0{,}5^3 + 2 \times 0{,}5^4 = 2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \underline{\frac{3}{8}}$

e) $\Omega_{E \cap C}$ = " Elle passe par E et C.

$P(\Omega_{E \cap C}) = 0$.

Exercice VII

Nommons A, B, C et D les cadeaux provenant respectivement de chacun des quatre amis.

On note : $\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & D & B & A \end{pmatrix}$ pour dire que : A reçoit le cadeau de C, B reçoit celui de D, C reçoit celui de B et enfin D reçoit celui de A.

A partir de là, en tenant compte du fait que chaque personne ne reçoit et n'offre qu'un seul cadeau, on peut voir qu'il y a 24 possibilités de distribution des cadeaux (4 choix possibles pour A, 3 choix pour B, 2 choix pour C et un choix pour D) et que parmi celles-ci :

$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & A & D & C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & C & D & A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & D & A & C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & A & D & B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & D & A & B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ C & D & B & A \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & A & B & C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & B & A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B & C & D \\ D & C & A & B \end{pmatrix}$$

Il y a donc 9 tirages pour lesquels aucune personne ne récupère son propre cadeau.

Par suite, la probabilité de l'événement cherché est : $p = \dfrac{9}{24} = \dfrac{3}{8}$.