Exercice I

Exercice III

a) $V_i \xrightarrow[+10\%]{\times CM_1} V \xrightarrow[+20\%]{\times CM_2} V_f$; $V_i \xrightarrow{\times CM} V_f$

$CM_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$

$CM_2 = 1 + \frac{20}{100} = 1{,}2$

$\boxed{CM} = CM_1 \times CM_2 = 1{,}1 \times 1{,}2 = \boxed{1{,}32} = 1 + \frac{32}{100}$.

Donc il y a eu 32 % de hausse du chiffre d'affaire globalement.

b) Par le même principe : $CM_1 = 1 - \frac{3}{100} = 0{,}97$; $CM_2 = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$, donc $CM = CM_1 \times CM_2$
$CM = 0{,}97 \times 1{,}05 = 1{,}0185$. Soit une hausse globale de 1,85 % du loyer.

c) $CM = \left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0{,}95^3 = 0{,}857375 = 1 + \frac{t}{100}$

Donc $t = (0{,}85375 - 1) \times 100$

$t = -14{,}2625$

Au final, le prix a globalement diminué d'environ 14,26 %.

Exercice II

a) $V_i \xrightarrow{-30\%} 91\,€$

$\times CM$ avec $CM = 1 - \frac{30}{100} = 0{,}7$

$V_i \times CM = 91$

$V_i \times 0{,}7 = 91$

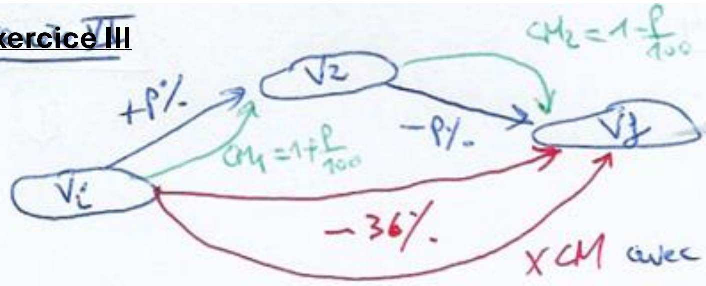
$V_i = \frac{91}{0{,}7} = 130$

Le prix initial de la veste était de 130 €.

b) $p = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 = \frac{2{,}42 - 2{,}15}{2{,}15} \times 100 = \frac{0{,}27}{2{,}15} \times 100$

$p \approx 13$: Le prix du ticket a augmenté d'environ 13 %.

Exercice III



$\times CM$ avec $CM = 1 - \frac{36}{100} = 0,64$.

$CM_1 \times CM_2 = CM$ équivaut à : $\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right) = 0,64$

$$1^2 - \left(\frac{p}{100}\right)^2 = 0,64$$

$$1 - \frac{p^2}{10000} = 0,64$$

$$\frac{p^2}{10000} = 1 - 0,64 = 0,36$$

$$p^2 = 0,36 \times 10000 = 3600$$

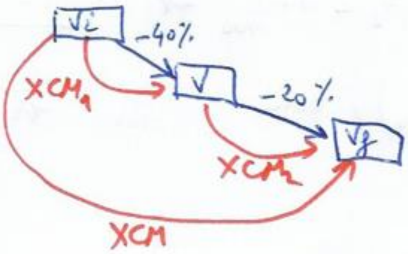
Donc ($p \geq 0$) on a : $p = \sqrt{3600} = 60$.

Le taux est donc de 60 %.

Exercice IV

a) $CM_1 = 1 - \frac{40}{100} = 0,6$

$CM_2 = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$



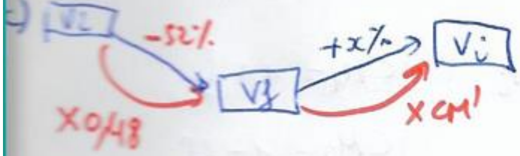
b) $\boxed{CM} = CM_1 \times CM_2 = 0,6 \times 0,8 = \boxed{0,48}$.

or $CM = 1 + \frac{t}{100}$, donc $0,48 = 1 + \frac{t}{100}$

donc $\underline{t} = 100(0,48 - 1) = \underline{-52}$

CM : coefficient multiplicateur global associé à ces deux soldes.

Globalement, le prix a donc <u>baissé de 52 %</u> après ces deux soldes.

c) 

On veut revenir à V_i : $V_f = V_i \times 0,48$ et $V_f \times CM' = V_i$

$V_i \times 0,48 \times CM' = V_i$

donc $CM' = \frac{1}{0,48}$

<u>$CM' \approx 2,083$</u> : Soit une <u>hausse d'environ 108,3 %</u> pour revenir à la valeur initiale suite à ces deux baisses.

Exercice V

Exercice VII

Soit CM_{10} le coefficient multiplicateur qui permet de passer du prix initial à celui au bout de 10 ans sans sinistre :

$CM_{10} = (CM_a)^{10}$ où $CM_a = 1 + \left(\frac{-5}{100}\right) = 0,95$

$CM_{10} = 0,95^{10}$, donc $CM_{10} \approx 0,5987$ soit environ 40,13 % de remise ! (et non pas 50 % comme dit).

On paiera donc au bout de 10 ans sans sinistre bien plus de 50 % de sa cotisation, environ 59,87 % de cette dernière !

Exercice VI

Le coefficient multiplicateur associé à la première baisse de 20 % est $CM_1 = 1 - 20/100 = 0,8$.

Soit CM_2 le coefficient multiplicateur associé à la seconde baisse de prix.

Globalement, après ces deux réductions, le prix a été divisé par 2, donc globalement 50 % de remise, donc $CM = 0,5$.

Or $CM = CM_1 \times CM_2$, donc $0,5 = 0,8 \times CM_2$, et par suite, $CM_2 = 0,5/0,8 = 5/8 = 0,625$.

Donc le taux de remise lors de la seconde baisse est de 37,5 %.

relation de Chasles

Exercice VII

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{VA} = \overrightarrow{VA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{VB}$

$\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{AV} - \overrightarrow{IV} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{AV} + (-\overrightarrow{IV}) = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{AV} + \overrightarrow{VI} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ}$

2) $A(13 ; 9)$ et $B(x_B ; y_B)$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A = \boxed{x_B - 13} \\ y_B - y_A = \boxed{y_B - 9} \end{pmatrix}$. Or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} \boxed{-3} \\ \boxed{5} \end{pmatrix}$, donc par unicité des coordonnées on a :

$\begin{cases} x_B - 13 = -3 \\ y_B - 9 = 5 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_B = -3 + 13 = 10 \\ y_B = 5 + 9 = 14. \end{cases}$

Donc $\boxed{B(10 ; 14)}$

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + 5^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$ **unités de longueur.**

3) A(13;9) C(-2;3)

$\vec{AC}\begin{pmatrix}-2-13=-15\\3-9=-6\end{pmatrix}$ donc $\vec{AC}\begin{pmatrix}-15\\-6\end{pmatrix}$ et $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-15)^2+(-6)^2} = \sqrt{225+36} = \sqrt{261}$ u.l.

$\vec{u}=\vec{AB}+\vec{AC}$ avec $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-15\\-6\end{pmatrix}$, donc $\vec{AB}+\vec{AC}\begin{pmatrix}-18\\-1\end{pmatrix}$

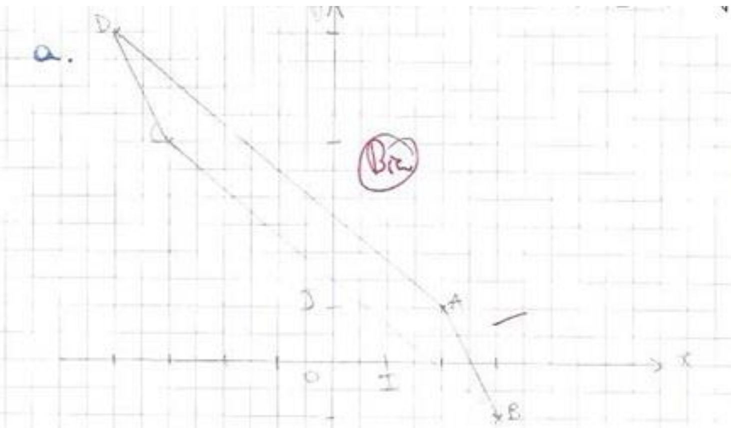
$\vec{u}\begin{pmatrix}-18\\-1\end{pmatrix}$ et $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-18)^2+(-1)^2} = \sqrt{324+1} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$ u.l.

$\|\vec{AB}+\vec{AC}\| = \|\vec{u}\| = 5\sqrt{13}$ et $\|\vec{AB}\|+\|\vec{AC}\| = \sqrt{34}+\sqrt{261}$

OR $5\sqrt{13} \neq \sqrt{34}+\sqrt{261}$ (calculatrice!), donc $\|\vec{AB}+\vec{AC}\| \neq \|\vec{AB}\|+\|\vec{AC}\|$!

Exercice VIII

a.



$\vec{BC}\begin{pmatrix}-6\\5\end{pmatrix}$ et

$\vec{JD}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$.

b. ABCD est un parallélogramme équivaut à $\vec{AB}=\vec{DC}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{DC}\begin{pmatrix}-3+4=1\\4-6=-2\end{pmatrix}$, donc les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$ ont les mêmes coordonnées donc ils sont égaux.

Le quadrilatère ABCD est bien un parallélogramme.

c. Pour que OBJK soit un parallélogramme, $\vec{OB} = \vec{KJ}$, donc qu'ils aient les mêmes coordonnés, donc

$\vec{OB}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{KJ}\begin{pmatrix}0-x_K\\1-y_K\end{pmatrix}$ avec $K(x;y)$.

$\vec{OB} = \vec{KJ}$ équivaut à : $3 = 0 - x$ et $-1 = 1 - y$

$3 = x$ $\quad$ $-1 + y = 1$

$y = 2$

Donc $K(-3;2)$. Oui

3). Dire que E est l'image du point B par la translation du vecteur $\vec{AC}$ équivaut à dire que $\vec{AC} = \vec{BE}$ Oui

Or si $\vec{AC} = \vec{BE}$ cela signifie qu'ils ont les mêmes coordonnés donc :

$\vec{AC}\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{BE}\begin{pmatrix}x_E-3\\y_E+1\end{pmatrix}$ avec $E(x;y)$

$\vec{AC} = \vec{BE} \Leftrightarrow -5 = x - 3$ et $3 = y + 1$

$-2 = x$ $\quad$ $2 = y$

Donc $E(-2;2)$ Oui

<u>Addendum : 2c)</u>

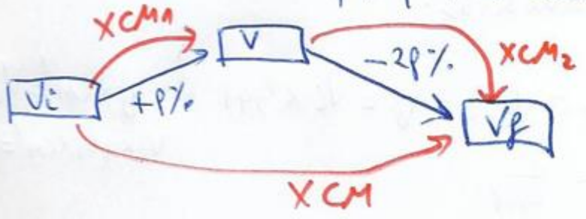
2c) $\vec{OJ}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, donc $OJ = \|\vec{OJ}\| = \sqrt{0^2+1^2} = 1$

et $\vec{BK}\begin{pmatrix}-3-3=-6\\2-(-1)=3\end{pmatrix}$, donc $BK = \|\vec{BK}\| = \sqrt{(-6)^2+3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$.

Or $1 \neq 3\sqrt{5}$, donc $OJ \neq BK$, par suite, les diagonales du pgm OBJK n'ont pas la même longueur, donc, à ce titre, <u>OBJK n'est pas un rectangle</u>.

<u>Exercice Bonus</u>

Exercice VIII Soit V_i le prix que Matt avait payé sa doudoune :



avec $V_f = 0{,}5 V_i$. $\begin{cases} CM_1 = 1 + \frac{p}{100} \\ CM_2 = 1 - \frac{2p}{100} \end{cases}$

$V_i \times CM_1 \times CM_2 = V_f$

$V_i \times \left(1+\frac{p}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0{,}5 V_i$. Comme $V_i \neq 0$ on a en simplifiant par V_i :

$$\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{2p}{100}\right) = 0{,}5$$

En développant : $1 - \frac{2p}{100} + \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$

$$1 - \frac{p}{100} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$$

$$\frac{10000}{10000} - \frac{100p}{10000} - \frac{2p^2}{10000} = 0{,}5$$

$$\frac{10000 - 100p - 2p^2}{10000} = 0{,}5$$

$$10000 - 100p - 2p^2 = 0{,}5 \times 10000 = 5000$$

$$10000 - 100p - 2p^2 = 5000$$

$$2p^2 + 100p + 5000 - 10000 = 0$$

$$2p^2 + 100p - 5000 = 0.$$

$$2(p^2 + 50p - 2500) = 0$$

$$p^2 + 50p - 2500 = \frac{0}{2} = 0.$$

donc p est solution de l'équation : $\boxed{p^2 + 50p - 2500 = 0}$

2a) On développe : $(p+25)^2 - 3125 = p^2 + 2 \times p \times 25 + 25^2 - 3125 = p^2 + 50p + 625 - 3125 = p^2 + 50p - 2500$

donc on a bien : $\boxed{p^2 + 50p - 2500 = (p+25)^2 - 3125}$

2b) $p^2 + 50p - 2500 = 0$ équivaut donc (q. 2a) à : $(p+25)^2 - 3125 = 0$.

Vu que $p \geq 0$, $p + 25 \geq 0$, donc $(p+25)^2 = 3125$

donc $p + 25 = \sqrt{3125}$

$$p = \sqrt{3125} - 25$$

$$p \approx 30{,}9.$$

Matt avait initialement augmenté le prix de sa doudoune d'environ 30,9 %.