Seconde **Corrigé du DM9** **Janvier 2024**

Exercice I

1a) $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{2x+5}}$. On peut calculer $f(x)$ si et seulement si $\sqrt{2x+5} \neq 0$ et $2x+5 \geq 0$

c'est à dire $2x+5 > 0$ donc lorsque $2x > -5$, à savoir $x > -\frac{5}{2}$.

$\boxed{\mathcal{D}_f =]-\frac{5}{2} ; +\infty[}$

b) $g(x) = \frac{3x+1}{x^2-4}$ est calculable si et seulement si $x^2-4 \neq 0$.

Or, $x^2-4=0 \iff x^2-2^2=0 \iff (x+2)(x-2)=0 \iff x+2=0$ ou $x-2=0 \iff x=-2$ ou $x=2$

Donc $\boxed{\mathcal{D}_g = \mathbb{R} - \{-2;2\} =]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[}$.

2) Soit L ce point : $L(0;y_L)$ car L appartient à l'axe des ordonnées.

$L \in \mathcal{C}_f$, donc $y_L = f(x_L) = f(0) = \frac{-4}{\sqrt{5}} = \frac{-4\sqrt{5}}{5}$; $\boxed{L\left(0;-\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)}$

3) $B(2;f(2))$ avec $f(2) = \frac{2-4}{\sqrt{2\times2+5}} = \frac{-2}{\sqrt{9}} = -\frac{2}{3}$, donc $\boxed{B\left(2;-\frac{2}{3}\right)}$

$C(10;f(10))$ car $C \in \mathcal{C}_f$ avec $f(10) = \frac{10-4}{\sqrt{2\times10+5}} = \frac{6}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5}$, donc $\boxed{C\left(10;\frac{6}{5}\right)}$.

K est le milieu de [BC], donc $K(x_K;y_K)$ avec : $\begin{cases} x_K = \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_K = \frac{y_B+y_C}{2} = \frac{-\frac{2}{3}+\frac{6}{5}}{2} = \frac{\frac{-10+18}{15}}{2} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15} \end{cases}$.

Donc $\boxed{K\left(6;\frac{4}{15}\right)}$. $K \in \mathcal{C}_f \iff f(6) = \frac{4}{15}$.

On calcule $f(6)$: $f(6) = \frac{6-4}{\sqrt{2\times6+5}} = \frac{2}{\sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{17}}{17}$.

Par suite, $f(6) \neq \frac{4}{15}$, donc $\underline{K \notin \mathcal{C}_f}$.

Exercice II

1) $\mathcal{D}_f = [-3;3]$

2) $f(3)=3$ et $f(1)=0$.

3) Tous les nombres de l'intervalle $[-1;1[$.

4) -1 ; 0 et 3 sont les antécédents entiers de 3 par f.

5) Ceux de l'intervalle $[-1;0[$.

Exercice III

1) Evident.

2) $(MN) // (AC)$ car $(MN) \perp (AB)$ et que $(AB) \perp (AC)$.

Dans les triangles BMN et ABC on a : B, M, A sont alignés et B, N, C alignés.

Donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{BM}{BA} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$

En tenant compte du fait que : $BA = 4$; $AC = 8$; $AM = x$, on a : $BM = 4 - x$.

donc : $\frac{4-x}{4} = \frac{MN}{8}$, donc $\boxed{MN} = \frac{8(4-x)}{4} = \boxed{2(4-x)}$.

3) $0 \leq x \leq 4$, donc $D_f = [0;4]$

4) $f(x) = AM \times MN = x \times 2(4-x) = 2x(4-x) = 8x - x^2$

5) On doit résoudre l'équation : $f(x) = 7$ avec $0 \leq x \leq 4$.

En seconde, on ne sait pas résoudre algébriquement ce genre d'équation, donc on procède graphiquement :

On construit avec Geogebra la courbe représentative de f sur $[0;4]$.

On lit graphiquement les antécédents de 7 par f.

On obtient : $x \approx 1{,}29$ et $x \approx 2{,}71$.

Pour ces deux valeurs on a une aire de AMNP environ égale à $7\,cm^2$.

Exercice IV

$f(5) = -1$

) $g(-2) = 2$

) -3 et environ $7,5$ sont les antécédents de 3 par f.

) 5 a un seul antécédent par g.

$f(x) = 1$ a pour solutions : $x = 0$ et $x \approx 6,5$.

$g(x) = -5$ n'a aucune solution : $S = \emptyset$.

) $f(x) = g(x)$ équivaut à : $x = -3$ ou $x = 1$ ou $x = 6$: $S = \{-3 ; 1 ; 6\}$.

) $f(x) > g(x)$ équivaut à : $-3 < x < 1$ ou $6 < x \leq 10$: $S =]-3 ; 1[\cup]6 ; 10]$.

) $g(x) \leq 1$ a pour solutions : $[-1 ; 7,9]$.

) Si $x \in [-7 ; 10]$, alors $f(x) \in [-1,8 ; 10]$.

) Si $m < -1,9$, $f(x) = m$ n'a aucune solution.

Si $m = -1,9$, $f(x) = m$ a une unique solution.

Si $-1,9 < m \leq 3,8$, alors $f(x) = m$ a deux solutions

Si $3,8 < m \leq 10$, alors $f(x) = m$ a une unique solution.

Si $m > 10$ alors $f(x) = m$ n'a aucune solution.

)

x	-7		1		6		10
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	-7		1		6		10
Signe de $g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice V

1) Soit p la proportion de femmes au sein de l'assemblée : $p = \frac{224}{577}$, $p \approx 0{,}388$

Il y a donc environ 38,8 % de femmes dans cette assemblée.

2) Notons P_A (respectivement P_B) le pourcentage d'externes de la classe A (resp. classe B).

a) $P_A = \frac{12}{30} \times 100 = 40$ et $P_B = \frac{11}{25} \times 100 = 44$.

En 2°A, il y a 40 % d'externes, et en 2°B, il y en a 44 %.

b) Notons P_E ce pourcentage d'externes sur l'ensemble des deux classes : il y a $12+11 = 23$ externes sur un total de $30+25 = 55$ élèves.

$P_E = \frac{23}{55} \times 100$ $\quad P_E \approx 41{,}8$. Environ 41,8 % sont externes

c) $\frac{P_A+P_B}{2} = \frac{40+44}{2} = \frac{84}{2} = 42$. Or $42 \neq \frac{23 \times 100}{55}$! Donc il fait faux !

Cet élève fait comme s'il y avait le même nombre d'élèves dans chaque classe, voici son erreur !

3)

Taux d'évolution	-23%	$+58\%$	$-4{,}5\%$	$+157\%$
CM	0,77	1,58	0,955	2,57

4a) 46 % des salariés sont des femmes dont 11 % sont des cadres : Il y a donc, parmi les femmes, 89 % (100 % − 11 %) de non cadres.

Notons P_{NC} la proportion de $\quad P_{NC} = \frac{46}{100} \times \frac{89}{100} \times 100 = 40{,}94$

De même 54 % des salariés sont des hommes, parmi lesquels 93 % ne sont pas des cadres.

Donc pour les hommes : $\tilde{P}_{NC} = \frac{54}{100} \times \frac{93}{100} \times 100 = 50{,}22$

Il y a donc : $p = 40{,}94 + 50{,}22 = 91{,}16$ soit 91,16 % des salariés de cette entreprise ne sont pas des cadres !

b) Le pourcentage de cadres dans l'entreprise est : 100 % − 91,16 % = 8,84 %.

Ces 85 personnes représentent donc 8,84 % de l'entreprise.

Nb cadres	85	8,84
effectif entreprise	N	100

Donc $N = \frac{85 \times 100}{8{,}84}$

$N \approx 961$

Il y a donc (environ) 961 employés dans cette entreprise.

5) $\text{Hors été} \xrightarrow{\times CM} \text{Été}$

$+t\%$

$+54000$ habitants

$CM = 13 = 1 + \frac{t}{100}$ où t est le taux d'évolution entre l'effectif de la population hors saison et celle en été

$13 = 1 + \frac{t}{100}$, donc $\frac{t}{100} = 13 - 1 = 12$, donc $t = 1200$

Il y a eu une augmentation de population de 1200% dans cette île l'été.

$1200\% \longrightarrow 54000$ habitants.

donc $100\% \longrightarrow \frac{54000}{12} = 4500$ habitants. L'île compte donc 4500 habitants hors-saison

BONUS

I – $2\mathcal{A}(g) + 4^2 = 10^2$

$\mathcal{A}(g) = \frac{10^2 - 4^2}{2} = \frac{100 - 16}{2} = \frac{84}{2} = 42$.

L'aire grisée représente 42 % de l'aire du grand carré (qui a pour aire $100\,cm^2$)

II – J'ai donc gagné : $\frac{49}{100} \times 200 = 98$ parties.

Soit x le nombre de parties jouées et gagnées en plus des 200 déjà faites. (lorsque le nombre de parties soit minimal)

$\frac{98+x}{200+x} \geq \frac{1}{2}$ donc $98 + x \geq \frac{200+x}{2}$ car $200 + x > 0$.

$98 + x \geq 100 + \frac{x}{2}$

$\frac{x}{2} \geq 2$

$x \geq 4$

Il faut jouer et gagner 4 parties au minimum (en plus) pour qu'il en soit ainsi.

III – Il utilisera : $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ du volume d'eau d'avant.

Il a donc réduit de $\boxed{\frac{7}{16}}$ $\left(= 1 - \frac{9}{16}\right)$ sa consommation d'eau.

IV – Soit x la longueur du 1er morceau.

le second mesure donc $1{,}5x$

le troisième mesure donc : $1{,}5 \times 1{,}5x = 2{,}25x$.

Or $x + 1{,}5x + 2{,}25x = 76$

$4{,}75x = 76$

$x = \frac{76}{4{,}75}$

Donc le 3ème morceau mesure : $\frac{76}{4{,}75} \times 2{,}25 = \boxed{36 \text{ mètres}}$