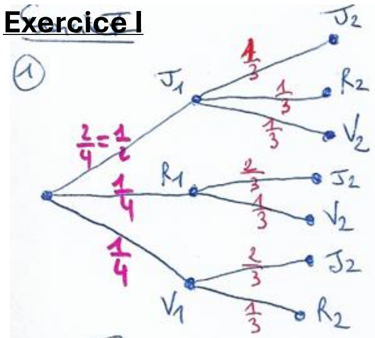
Seconde **Corrigé du DM11** **Mars 2026**

Exercice I



⚠ Pas de remise ici !

2) Il y a donc $\boxed{7}$ issues possibles ici.

3) $\boxed{P(R)=\frac{1}{4}}$; $P(J)=\underbrace{P(J_1\cap J_2)}+\underbrace{P(R_1\cap J_2)}+\underbrace{P(V_1\cap J_2)}$

$P(J)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}$

$\boxed{P(J)}=\frac{1}{6}+\frac{2}{12}+\frac{2}{12}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\boxed{\frac{1}{2}}$

b) $R\cap J=$ « Piocher un jeton rouge en 1^e^ ~~et~~ un jeton jaune en second ».

$P(R\cap J)=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$ (arbre !)

c) $\boxed{P(R\cup J)}=P(R)+P(J)-P(R\cap J)=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{3}{12}+\frac{6}{12}-\frac{2}{12}=\boxed{\frac{7}{12}}$

④ a) $N=(R_1\cap V_2)\cup(V_1\cap R_2)$

$P(N)=\underbrace{P(R_1\cap V_2)}+\underbrace{P(V_1\cap R_2)}$

$\boxed{P(N)}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\boxed{\frac{1}{6}}$

b) $\overline{N}=$ « au moins un des deux jetons tirés est jaune ».

$\boxed{P(\overline{N})}=1-P(N)=1-\frac{1}{6}=\boxed{\frac{5}{6}}$

Exercice II

a) Il y a $10^4=10000$ codes différents possibles.

b) $p=\frac{1}{10000}=0{,}0001$ car un seul cas favorable "1234" sur les 10000 qui s'offrent à nous.

c) Pour chacun des quatre chiffres à taper on a 5 choix possibles : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

Donc d'après le principe multiplicatif, il y a $5\times5\times5\times5=625$ codes contenant que des chiffres pairs.

Donc $p'=\frac{625}{10.000}=0{,}0625$ est la probabilité de taper un code ne contenant que des chiffres pairs.

d) c'est $p''=1-p'=1-0{,}0625=0{,}9375$ vu que l'événement "Au moins un chiffre impair" est l'événement contraire de "taper un code ne contenant que des chiffres pairs".

e) Notons C l'événement : "le code se termine par 5".

H l'événement : "le code se termine par 8".

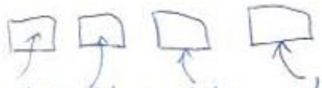
On cherche $P(C\cup H)$.

Or, $\overline{C\cup H}=\overline{C}\cap\overline{H}=$ "Code ne finissant ni par 5, ni par 8" : Il y a $10\times10\times10\times8$ tels codes

$P(\overline{C}\cap\overline{H})=\frac{8000}{10000}=0{,}8$.

donc $\underline{p(C \cup H) = 1 - p(\overline{C \cup H}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2}$.

Rq : Ici, l'indication n'était pas utile ! C et H sont incompatibles, donc $p(C \cup H) = p(C) + p(H)$ avec de façon triviale, $p(C) = p(H) = 0{,}1$

f) 

8 choix 8 choix 8 choix 4 choix (2 ; 4 ; 6 ou 8).

Il y a donc $N = 8 \times 8 \times 8 \times 4 = 2048$. cas favorables à la réalisation de cet événement.

Donc la probabilité de cet événement est $\underline{\underline{p'' = \frac{2048}{10000} = 0{,}2048}}$.

g) Pour taper un code comportant 3 chiffres identiques, il faut :

① Choisir un entier entre 0 et 9 (10 choix possibles) pour le chiffre répété.

② Positionner les trois chiffres répétés parmi les 4 positions (Par exemple, si le chiffre répété est le 3, il y aura quatre possibilités : 333* ; 33*3 ; 3*33 , *333

③ Choisir enfin un chiffre distinct de celui répété, ce qui offre 9 possibilités.

Il y a donc $\underline{N = 10 \times 4 \times 9 = 360}$ codes comportant exactement trois chiffres identiques.

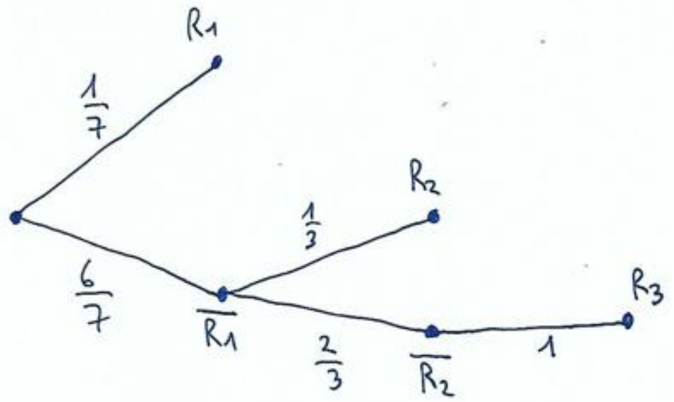
Par suite, la probabilité de taper un code ayant exactement trois chiffres identiques est :

$\underline{\tilde{p} = \frac{360}{10.000} = 0{,}036}$

h) C'est $\underline{\underline{\tilde{\tilde{p}} = \frac{10}{10000} = 0{,}001}}$ car il n'y a que 10 cas favorables 0000 ; ---- ; 9999 sur un total de 10000 (équiprobabilité).

Exercice IV

Notons R_1 (resp. R_2, resp. R_3) l'événement : Matt rencontre Mathilde au 1er tour (resp. 2e tour resp. 3ème tour).



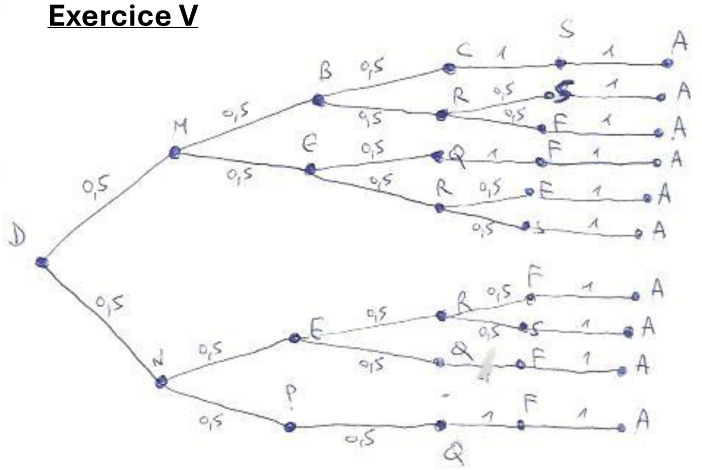
Au 1e tour il y a 7 autres joueurs possibles.

Au 2e tour, il y a 3 autres joueurs que lui (4 ont été éliminés au tour 1).

F = " Matt arrive en finale".

a) $F = \overline{R_1} \cap \overline{R_2} \cap R_3$: $\boxed{P(F)} = \frac{6}{7} \times \frac{2}{3} \times 1 = \frac{12}{21} = \boxed{\frac{4}{7}}$

Exercice V



1) Grâce à l'arbre, on dénombre 10 chemins différents pour aller de D jusqu'à A.

2) ⚠ Chacun des 10 chemins de l'arbre n'a pas la même probabilité de réalisation !

a) Notons Ω_B = " Elle passe par B".

$P(\Omega_B) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$

(Peu importe ici ce qu'il y a après B)

b) Notons Ω_E = " Elle passe par E".

$P(\Omega_E) = 0{,}5 \times 0{,}5 + 0{,}5 \times 0{,}5$

$P(\Omega_E) = 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$.

c) Notons $\Omega_{B\cap C}$ = " Elle passe par B et C".

$P(\Omega_{B\cap C}) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1 = 0{,}125 = \frac{1}{8}$

d) Notons $\Omega_{E\cap F}$ = " Elle passe par E et F".

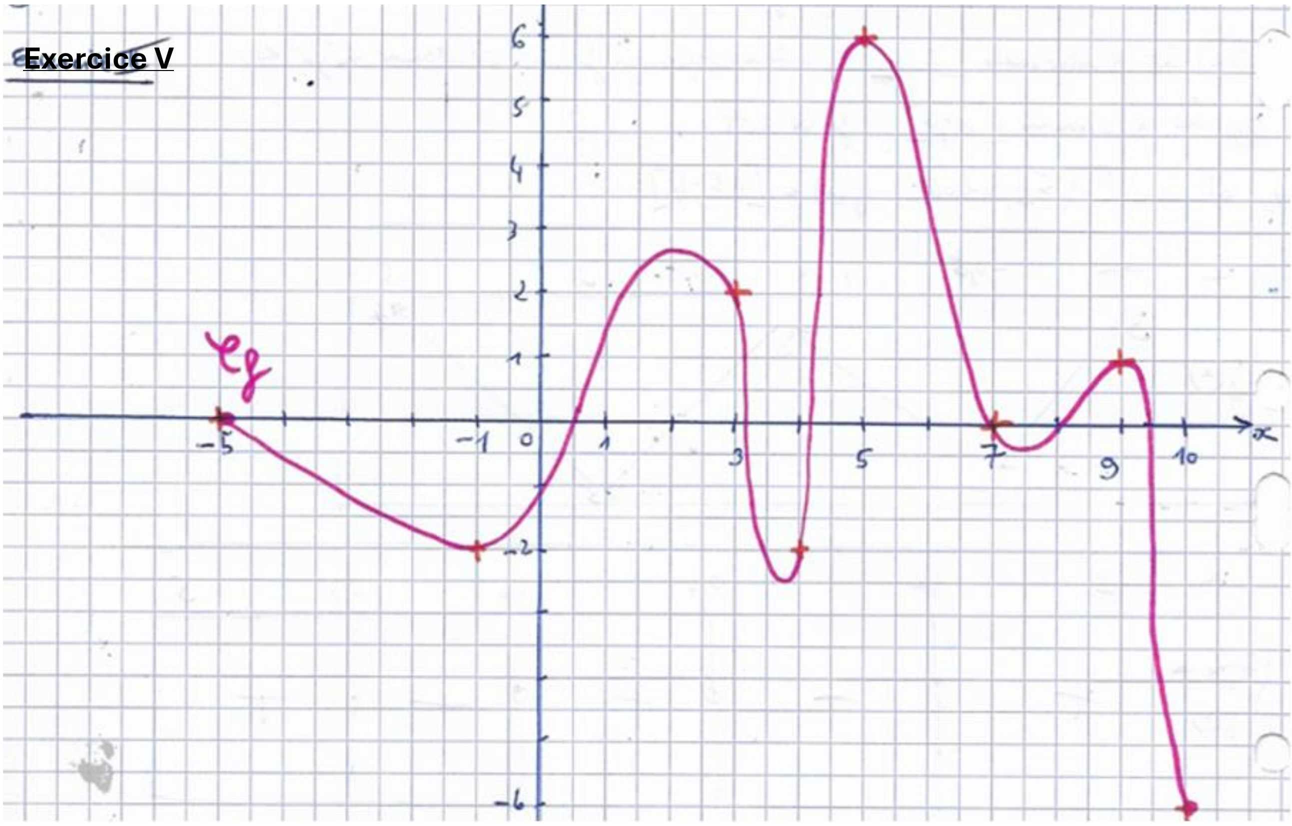
$P(\Omega_{E\cap F}) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 + 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 1 \times 1$.

$P(\Omega_{E\cap F}) = 0{,}5^3 + 0{,}5^4 + 0{,}5^4 + 0{,}5^3 = 2 \times 0{,}5^3 + 2 \times 0{,}5^4 = 2 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

e) $\Omega_{E\cap C}$ = " Elle passe par E et C".

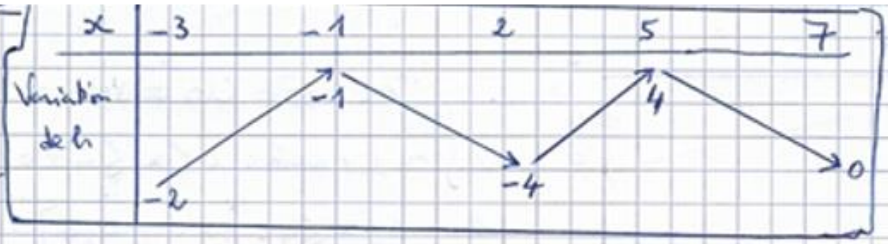
$P(\Omega_{E\cap C}) = 0$.

Exercice V



Le tableau de variation est immédiat.

Exercice VI



① $h(0) < h(1)$ est une affirmation FAUSSE !

En effet, h décroît sur $[-1;2]$, donc h décroît aussi sur $[0;1]$.

Or $0 < 1$ et h décroît sur $[0;1]$, donc $h(0) > h(1)$.

② $h(4) > h(6)$: le tableau donné ne permet pas de conclure !

$h(4) \in [-4;4]$ et $h(6) \in [0;4]$: impossible de comparer $h(4)$ et $h(6)$.

③ $h(-2) < h(2)$: Faux car $h(2) = -4$ et $h(-2) \in [-2;-1]$ car $-3 < -2 < 1$ donc $h(-3) < h(-2) < h(1)$ car h croît sur $[-3;1]$.

Donc $h(-2) \geqslant -2$ et par suite, $h(-2) \neq -4$.

④ $h(0,5) = h(1,5)$: Pas assez de renseignements dans le tableau pour pouvoir l'affirmer !!

⑤ Faux : le maximum de h sur $[-3;7]$ est égal à 4 (et ce dernier est atteint lorsque $x=5$)

⑥ Vrai !

Exercice VII

a) 

P croît sur $[1;4]$:

x	1		4
$P(x)$	2π	$\nearrow$	8π

Rappel : $P(x) = 2\pi x$

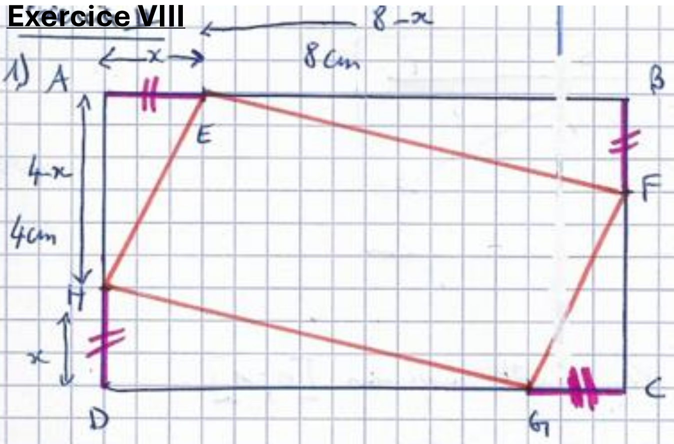
b) a décroît sur $[1;4]$:

x	1		4
$a(x)$	24π	$\searrow$	9π

$a(1) = \pi\times 5^2 - \pi \times 1^2 = \pi(25-1) = 24\pi$

$a(4) = \pi \times 5^2 - \pi \times 4^2 = 25\pi - 16\pi = 9\pi$

Exercice VIII

1) 

$AE = BF = CG = DH = x$.

2a) On doit avoir : $0 \leq x \leq 4$ et $0 \leq x \leq 8$

Donc $0 \leq x \leq 4$: $\underline{x \in [0;4]}$.

On pose $\underline{I = [0;4]}$.

2b) $f(x) = \text{aire}(EFGH) = \text{aire}(ABCD) - \left(\text{aire}(AEH) + \text{aire}(EBF) + \text{aire}(FCG) + \text{aire}(DHG)\right)$.

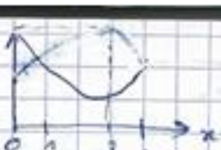
Les triangles AEH et FCG sont identiques et $\text{aire}(AEH) = \text{aire}(FCG) = \dfrac{x(4-x)}{2}$

Les triangles EBF et DHG sont identiques et $\text{aire}(EBF) = \text{aire}(DHG) = \dfrac{x(8-x)}{2}$

$f(x) = 8\times 4 - \left(2\times \dfrac{x(4-x)}{2} + 2\times\dfrac{x(8-x)}{2}\right) = 32 - \left(x(4-x) + x(8-x)\right)$

$\boxed{f(x)} = 32 - (4x - x^2 + 8x - x^2) = 32 - (-2x^2 + 12x) = \boxed{2x^2 - 12x + 32}$ (cm²).

c) Sur $[0;4]$, grâce à une calculatrice :



Conjecture : le minimum de f sur $[0;4]$ semble être égal à 14 et atteint lorsque $x = 3$.

d) Pour tout réel x appartenant à $[0;4]$:

$$f(x) - f(3) = 2x^2 - 12x + 32 - 14 = 2x^2 - 12x + 18 = 2\left(\underline{x^2 - 6x + 9}\right) = 2\underline{(x-3)^2}$$

IR n°2.

Or, $(x-3)^2 \geq 0$ et $2 > 0$, donc, $2(x-3)^2 \geq 0$.

Par suite, pour tout réel x appartenant à $[0;4]$, $f(x) - f(3) \geq 0$, donc $f(x) \geq f(3)$:

f admet donc un minimum sur $[0;4]$ atteint lorsque $x = 3$ et égal à $f(3) = 14$.

Lorsque $x = 3$ cm, l'aire de EFGH est minimale, et égale à 14 cm^2.