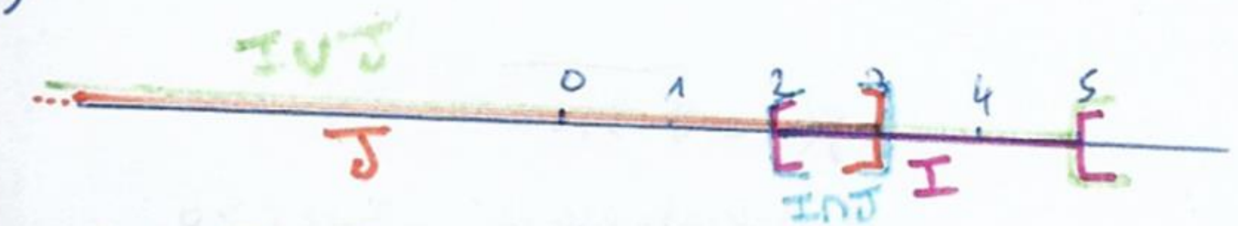
Exercice I

1) a) $x \in [-1;2[\iff -1 \leq x < 2$ b) $y \in]-\infty;8] \iff y \leq 8$.

2) a) $1 < x \leq 9 \iff x \in]1;9]$. b) $x < -2 \iff x \in]-\infty;-2[$.

3) a) $6 \notin]-1;6[$ b) $[0;4] \subset [-2;5[$ c) $-2 \in [-4;-2]$ d) $\pi \notin]-1;3{,}1415[$.

3)



$I \cap J = [2;3]$; $I \cup J =]-\infty;5[$.

Exercice II

a) $-3x+4 < x-11$

$-3x-x < -11-4$

$-4x < -15$

$x > \frac{-15}{-4}$ car $-4<0$

$x > \frac{15}{4}$

$\mathcal{S} =]\frac{15}{4};+\infty[$

b) $-5x+8 \geq 2(1-x)$

$-5x+8 \geq 2-2x$

$-5x+2x \geq 2-8$

$-3x \geq -6$

$x \leq \frac{-6}{-3}$

$x \leq 2$

$\mathcal{S} =]-\infty;2]$

c) $(2x+3)^2 > (4x-1)(x+5)$

$4x^2+12x+9 > 4x^2+20x-x-5$

$\cancel{4x^2}+12x+9 > \cancel{4x^2}+19x-5$

$12x-19x > -5-9$

$-7x > -14$

$x < \frac{-14}{-7}$

$x < 2$

$\mathcal{S} =]-\infty;2[$.

Exercice III

1) a) $-2 \leq x < 4$ donc $-2-7 \leq x-7 < 4-7$, donc $\boxed{-9 \leq x-7 < -3}$

b) $-2 \leq x < 4$, donc $-8\times(-2) \geq -8x > -8\times 4$, donc : $16 \geq -8x > -32$ ou encore : $\boxed{-32 < -8x \leq 16}$.

c) $-2 \leq x < 4$, donc $-1 \leq \frac{x}{2} < 2$, donc $\boxed{0 \leq \frac{x}{2}+1 < 3}$.

d) $-2 \leq x < 4$, donc $8 \geq -4x > -16$, donc $23 \geq -4x+15 > -1$ ou encore : $\boxed{-1 < -4x+15 \leq 23}$.

2)

$$-2 \leq x < 4$$
$$2 \leq y < 8$$
$$-2+2 \leq x+y < 4+8$$
$$\boxed{0 \leq x+y < 12}$$

Exercice IV

a) $9,1 < \sqrt{84} < 9,2$

b) $9,165 < \sqrt{84} < 9,166$

Exercice V

a) $f(x) = 0$ lorsque : $x = -4$ ou $x = 1$ ou $x = 3$: $\mathcal{S} = \{-4 ; 1 ; 3\}$.

b) Sur chacun des intervalles $]-\infty ; -4[$ et $]1 ; 3[$, $f(x) > 0$.

c) Sur chacun des intervalles $[-4 ; 1]$ et $[3 ; +\infty[$, $f(x) \leq 0$.

d) $f(8) < 0$: $f(8)$ est NEGATIF

e) $x - 2 \geq 0 \iff x \geq 2$.

Donc :

x	$-\infty$		-4		1		2		3		$+\infty$
Signe de $(x-2)$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $g(x) = (x-2)f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice VI

a) $E \in [AD]$, $AD = 8$ et $DE = x$, donc : $0 \leqslant x \leqslant 8$: $\underline{\underline{x \in [0\,;8]}}$

b) $\mathcal{A}(AEC) = \dfrac{AE \times CD}{2}$ car $(CD) \perp (AE)$ vu que $ABCD$ est un rectangle.
et $AE = 8 - x$ et $CD = 4$.

$\underline{\underline{\mathcal{A}(AEC)}} = \dfrac{(8-x)\times 4}{2} = (8-x)\times 2 = 16 - 2x = \underline{\underline{-2x+16}}$

$\underline{\underline{\mathcal{A}(ABCD) = 8\times 4 = 32}}$

Ainsi, $\mathcal{A}(AEC) \leqslant \dfrac{\mathcal{A}(ABCD)}{4} \iff -2x+16 \leqslant \dfrac{32}{4} \iff -2x+16 \leqslant 8.$

$\iff -2x \leqslant 8-16 \iff -2x \leqslant -8$

$\iff x \geqslant \dfrac{-8}{-2}$ (car $-2<0$)

$\iff x \geqslant 4.$

Ainsi, comme de plus $x \in [0\,;8]$, on a : $\begin{cases} x \in [0\,;8] \\ \text{et} \\ x \geqslant 4 \end{cases}$, donc $\underline{\underline{x \in [4\,;8]}}$.

$\boxed{\mathcal{S} = [4\,;8]}$