Exercice I

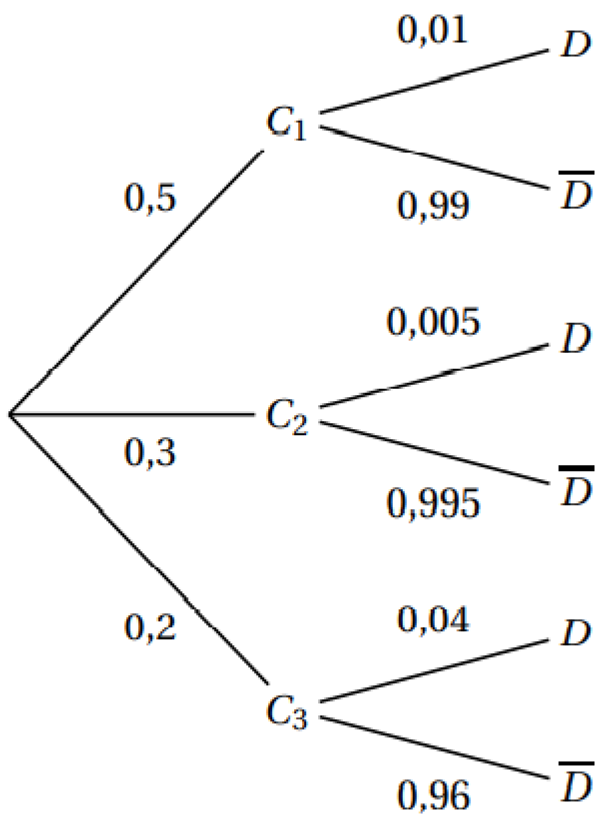
1) 0,65 désigne la probabilité de l'événement B ; $p(B) = 0,65$.

0,1 désigne la probabilité de l'événement C sachant que A est réalisé, c'est-à-dire $p_A(B)$.

0,6 désigne la probabilité de l'événement contraire de C sachant que B est réalisé, c'est-à-dire : $p_B(\bar{C})$.

2) $p(A) = 1 - 0,65 = 0,35$; : $p_B(C) = 1 - p_B(\bar{C}) = 1 - 0,6 = 0,4$
$p_A(\bar{C}) = 0,9$.
$p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0,35 \times 0,1 = 0,035$.
$p(C) = 1 - p(\bar{C}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Exercice II



2. On a $p(C_3 \cap D) = p(C_3) \times p_{C_3}(D) = 0,2 \times 0,04 = 0,008$.

3. De même $p(C_1 \cap D) = p(C_1) \times p_{C_1}(D) = 0,5 \times 0,01 = 0,005$.
$p(C_2 \cap D) = p(C_2) \times p_{C_2}(D) = 0,3 \times 0,005 = 0,0015$.
D'après la loi des probabilités totales :
$p(D) = p(C_1 \cap D) + p(C_2 \cap D) + p(C_3 \cap D) = 0,005 + 0,0015 + 0,008 = 0,0145$.

4. On a $p_D(C_3) = \dfrac{p(D \cap C_3)}{p(D)} = \dfrac{0,008}{0,0145} \approx 0,55172$, soit 0,5517 à 10^{-4} près.

Exercice III

1a) Grâce au tableau : $P(A) = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = 0,4$

$P(B) = \frac{150}{500} = \frac{15}{50} = 0,3$

1b) $P(A \cap B) = \frac{60}{500} = 0,12$ (60 : intersection de la ligne Femmes et colonne VTT).

1c) $\bar{A} \cup B$ est l'événement : "La personne est un homme ou fait du VTT".

$P(\bar{A} \cup B) = \underbrace{P(\bar{A})} + P(B) - P(\bar{A} \cap B)$

$P(\bar{A} \cup B) = \widetilde{1 - P(A)} + P(B) - \underbrace{P(\bar{A} \cap B)}$

$P(\bar{A} \cup B) = 1 - 0,4 + 0,3 - \frac{90}{500} = 1 - 0,4 + 0,3 - 0,18 = 0,72$

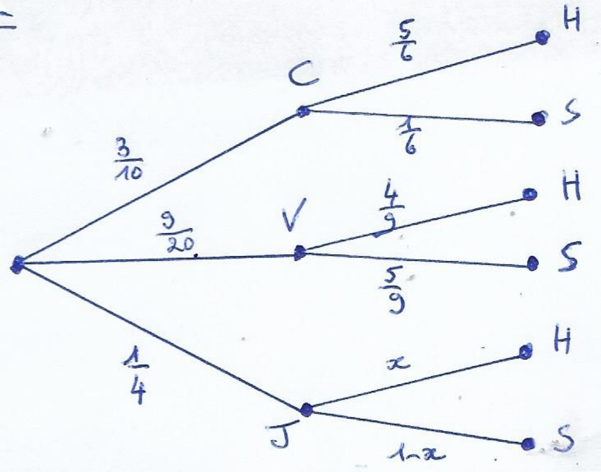
1d) $P(A \cap B) = 0,12$ (q. 1b) et $P(A) \times P(B) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$.
alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ et par suite, A et B sont indépendants.

2) Sans calcul, par lecture du tableau : $P_T(F) = \frac{22}{75}$ où T est l'événement : faire du tir à l'arc.

Exercice IV

Exercice V

(1)



$\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

(2) On cherche ici la valeur de : $P(C \cap H)$:

$\boxed{P(C\cap H)} = P(C) \times P_C(H) = \frac{3}{10} \times \frac{5}{6} = \frac{\cancel{3}\times\cancel{5}}{2\times\cancel{5}\times\cancel{3}\times 2} = \boxed{\frac{1}{4}}$

(3) a) On cherche ici la valeur de $P_J(H)$ que l'on notera x

D'après la formule des probabilités totales :

$\underbrace{P(H)} = \underbrace{P(C\cap H)} + \underbrace{P(V\cap H)} + \underbrace{P(J\cap H)}$

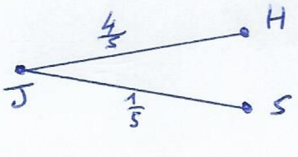
$\frac{13}{20} = \frac{1}{4} + \frac{9}{20}\times\frac{4}{9} + \frac{1}{4}\times x$

$\frac{13}{20} = \frac{1}{4} + \frac{4}{20} + \frac{x}{4}$

$\frac{x}{4} = \frac{13}{20} - \frac{1}{4} - \frac{4}{20} = \frac{13}{20} - \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Donc $x = 4\times\frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

Par suite : $\boxed{P_J(H) = \frac{4}{5}}$ D'où :



b) $P(C\cap H) = \frac{1}{4}$ (q. 2) ; $P(C) = \frac{3}{10}$ et $P(H) = \frac{13}{20}$.

$P(C)\times P(H) = \frac{3}{10}\times\frac{13}{20} = \frac{39}{200}$.

Or $\frac{1}{4} \neq \frac{39}{200}$ (car $0{,}25 \neq 0{,}195$), donc $P(C\cap H) \neq P(C)\times P(H)$, par suite, les évènements C et H ne sont pas indépendants.

4) On cherche ici la valeur de : $P_H(V)$. D'après la formule des probabilités conditionnelles :

$\boxed{P_H(V)} = \frac{P(V\cap H)}{P(H)} = \frac{\frac{4}{20}}{\frac{13}{20}} = \frac{4}{20}\times\frac{20}{13} = \boxed{\frac{4}{13}}$ ($P(V\cap H) = \frac{4}{20}$ calculé en q. 3a) !