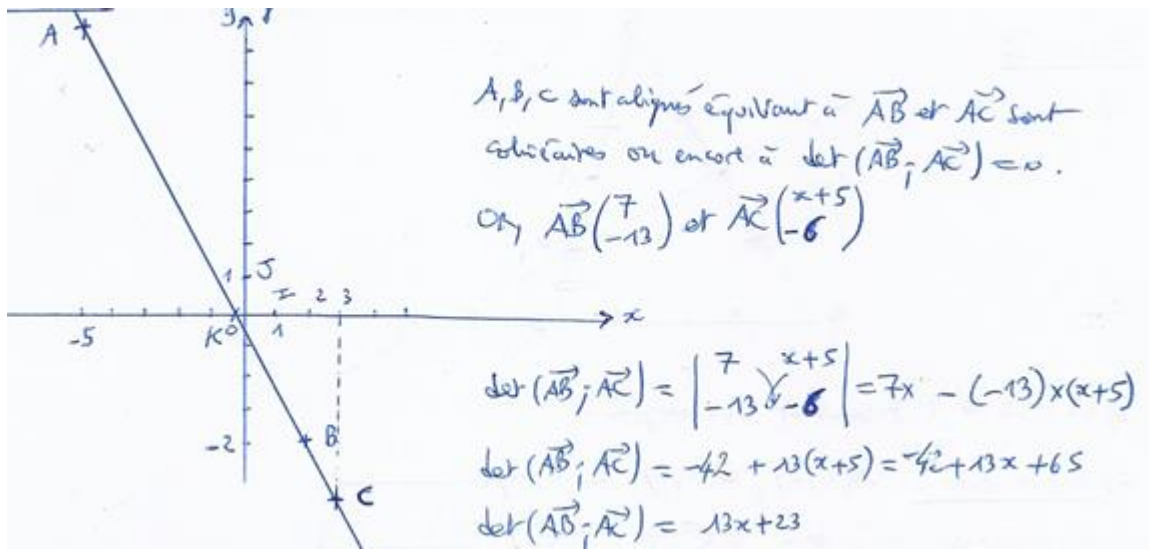


Exercice I



$\det(\vec{AB}; \vec{AC}) = 0 \Leftrightarrow 13x + 23 = 0 \Leftrightarrow 13x = -23 \Leftrightarrow x = -\frac{23}{13}$. $\mathcal{J} = \left\{ -\frac{23}{13} \right\}$.
 donc A, B, C alignés si et seulement si $C \left(-\frac{23}{13}; 3 \right)$.
 ② K appartient à l'axe des abscisses, donc $K(x_K; 0)$.
 $K \in (AB) \Leftrightarrow K, A, B$ sont alignés $\Leftrightarrow \vec{AK}$ et \vec{AB} sont colinéaires $\Leftrightarrow \det(\vec{AK}; \vec{AB}) = 0$
 Or $\vec{AK} \begin{pmatrix} x_K+5 \\ -9 \end{pmatrix}$ et $\vec{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ -13 \end{pmatrix}$ (f-1). $\det(\vec{AK}; \vec{AB}) = \begin{vmatrix} x_K+5 & 7 \\ -9 & -13 \end{vmatrix} = -13(x_K+5) - (-9)x_K$
 $\det(\vec{AK}; \vec{AB}) = -13x_K - 65 + 63 = -13x_K - 2$.
 $\det(\vec{AK}; \vec{AB}) = 0 \Leftrightarrow -13x_K - 2 = 0 \Leftrightarrow 13x_K = -2 \Leftrightarrow x_K = -\frac{2}{13}$. $\mathcal{J} = \left\{ -\frac{2}{13} \right\}$.
 Ainsi (AB) coupe l'axe des abscisses en $K \left(-\frac{2}{13}; 0 \right)$.

Exercice II

a) $(AB) \parallel (CD) \Leftrightarrow \vec{AB}$ et \vec{CD} colinéaires $\Leftrightarrow \det(\vec{AB}; \vec{CD}) = 0$.
 Or $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 18 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} x+3 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\det(\vec{AB}; \vec{CD}) = \begin{vmatrix} 3 & x+3 \\ 18 & 12 \end{vmatrix} = 3 \times 12 - 18(x+3) = 36 - 18x - 54$.
 $\det(\vec{AB}; \vec{CD}) = 0 \Leftrightarrow -18x - 18 = 0 \Leftrightarrow 18x = -18 \Leftrightarrow x = -\frac{18}{18} = -1$. $\mathcal{J} = \left\{ -1 \right\}$.
 $(AB) \parallel (CD)$ si $D(-1; 14)$.
 b) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 18 \end{pmatrix}$ et pour $x = -1$, $\vec{CD} \begin{pmatrix} -1+3=2 \\ 12 \end{pmatrix}$.
 Ainsi $\vec{AB} \neq \vec{CD}$ vu que ces deux vecteurs n'ont pas les mêmes coordonnées. donc $ABDC$ n'est pas un pgm.
 c) On prend ici $x = -1$ (oubli de l'énoncé : -c).
 $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 18 \end{pmatrix}$ donc $3\vec{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ 54 \end{pmatrix}$; $\vec{AC} \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \end{pmatrix}$, donc $2\vec{AC} \begin{pmatrix} -14 \\ 16 \end{pmatrix}$.
 Par suite, $3\vec{AB} + 2\vec{AC} \begin{pmatrix} -5 \\ 70 \end{pmatrix}$, donc $\|3\vec{AB} + 2\vec{AC}\| = \sqrt{(-5)^2 + 70^2} = \sqrt{25 + 4900} = \sqrt{4925}$
 c $\|3\vec{AB} + 2\vec{AC}\| = \sqrt{25 \times 197} = 5\sqrt{197}$

Grâce à (*) et (**), on a : $\vec{AF} = -\frac{1}{2} \vec{AE}$: les vecteurs \vec{AF} et \vec{AE} sont colinéaires et ont le point A en commun, donc les points A, E et F sont alignés.

Exercice V

1) $\vec{u} \begin{pmatrix} 4-m \\ m-1 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 3m-7 \\ 3-m \end{pmatrix}$

a) \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

Or, $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 4-m & 3m-7 \\ m-1 & 3-m \end{vmatrix} = (4-m)(3-m) - (m-1)(3m-7)$.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 12 - 4m - 3m + m^2 - (3m^2 - 7m - 3m + 7)$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 12 - 7m + m^2 - 3m^2 + 10m - 7 = -2m^2 + 3m + 5$$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m + 5 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 5 = 0 \quad (A=0 \Leftrightarrow -A=0)$$

Donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $2m^2 - 3m - 5 = 0$.

2a) $(2m-5)(m+1) = 2m^2 + 2m - 5m - 5 = 2m^2 - 3m - 5$.

2b) D'après 1) et 2a), \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $(2m-5)(m+1) = 0$

Ce qui équivaut (produit nul) à : $2m-5=0$ ou $m+1=0$
 $m = \frac{5}{2}$ ou $m = -1$

$$J = \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\}$$

* Si $m = -1$, alors $\vec{u} \begin{pmatrix} 4-(-1)=5 \\ -1-1=-2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3(-1)-7=-10 \\ 3-(-1)=4 \end{pmatrix}$, donc $\vec{v} = -2\vec{u}$

** Si $m = \frac{5}{2}$, alors $\vec{u} \begin{pmatrix} 4-\frac{5}{2} = \frac{8}{2}-\frac{5}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2}-1 = \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \times \frac{5}{2} - 7 = \frac{15}{2} - 7 = \frac{15}{2} - \frac{14}{2} = \frac{1}{2} \\ 3 - \frac{5}{2} = \frac{6}{2} - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Donc $\vec{v} = \frac{1}{3} \vec{u}$

Exercice VI

a) $\Omega = \{B; V\}$ où B désigne l'événement obtenir une boule bleue et V obtenir une boule verte.

b) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

c) $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ (écart minimal: $2-1=1$; écart maximal: $10-1=9$).

d) $\Omega = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

e) $\Omega = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19\}$. $\rightarrow \Omega$ se note: $\llbracket 3; 19 \rrbracket$

f) $\Omega = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$. $\rightarrow \Omega$ se note: $\llbracket 2; 20 \rrbracket$.

Exercice VII

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité x		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$2x$

Soit x la probabilité d'obtenir un 1:

$$\text{On a: } x + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + 2x = 1$$

$$3x = 1 - \frac{4}{6} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{1}{9}. \quad \mathcal{J} = \left\{ \frac{1}{9} \right\}$$

La probabilité d'obtenir un six est donc égale à $\frac{2}{9}$.

Exercice VIII

$$1) E = A \cap B$$

$$F = A \cup B$$

$$G = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$H = A \cap \bar{B}$$

$$I = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$$

2) D'après l'énoncé $p(F) = 1$ car au moins un des deux distributeurs fonctionne !

$p(G) = 0$ car G est un événement impossible.

$$\text{Enfin: } p(F) = 1 = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$\text{Donc: } 1 = 0,8 + 0,6 - p(A \cap B) \text{ donc } p(A \cap B) = 0,8 + 0,6 - 1 = 0,4.$$

3) C'est faux: prenons pour contre-exemple celui de la question 2):

$$p(A \cap B) = 0,4 \text{ tandis que } p(A) \times p(B) = 0,8 \times 0,6 = 0,48.$$

Or $0,4 \neq 0,48$, donc $p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$: l'affirmation énoncée est donc fautive.

