Seconde **Corrigé du DM6** **Janvier 2026**

Exercice I

Soit x le nombre de personnes femmes embauchées. Comme l'entreprise veut embaucher autant de femmes que d'hommes, elle embauchera aussi x hommes, et donc il y aura après embauche, $170+x$ femmes et $270+x$ hommes.

On veut que $170 + x \geqslant \overbrace{\frac{2}{3}(270+x)}^{\frac{2}{3} \text{ du nombre d'hommes}}$, donc : $3(170+x) \geqslant 2(270+x)$ car $3>0$

au moins égal

$$510 + 3x \geqslant 540 + 2x$$
$$3x - 2x \geqslant 540 - 510$$
$$x \geqslant 30.$$
$$\mathcal{S} = [30 ; +\infty[.$$

Il faut donc embaucher (au moins) 30 femmes et 30 hommes, c'est-à-dire au minimum 60 personnes pour que le nombre de femmes soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'hommes.

Exercice II

a) $(2x-1)(-x+5) > 0$

Faisons un tableau de signes : $\overbrace{2x-1 \geqslant 0}^{+}$ équivaut à $2x \geqslant 1$ c'est-à-dire à $\boxed{x \geqslant \frac{1}{2}}$ $(2>0)$.

$\underbrace{-x+5 \geqslant 0}_{+}$ équivaut à $5 \geqslant x$ c'est-à-dire $\boxed{x \leqslant 5}$

D'où :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		5		$+\infty$
Signe de $2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $(2x-1)(-x+5)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Grâce au tableau de signes : $(2x-1)(-x+5) > 0$ si et seulement si : $\frac{1}{2} < x < 5$.

$\boxed{\mathcal{S} =]\frac{1}{2} ; 5[}$.

b) $\frac{2x+3}{3x-5} \geq 0$.

Faisons un tableau de signes : $2x+3 \geq 0$ équivaut à $2x \geq -3$, c'est-à-dire $x \geq -\frac{3}{2}$ $(2>0)$

$3x-5 \geq 0$ équivaut à $3x \geq 5$, c'est-à-dire $x \geq \frac{5}{3}$ $(3>0)$.

⚠ $3x-5=0$ ssi $x=\frac{5}{3}$: $\frac{5}{3}$ est la valeur interdite pour le quotient $\frac{2x+3}{3x-5}$.

d'où :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
Signe de $2x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $3x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $\frac{2x+3}{3x-5}$		$+$	0	$-$	||	$+$	

D'après le tableau de signes, $\frac{2x+3}{3x-5} \geq 0$ équivaut à : $x \in]-\infty ; -\frac{3}{2}] \cup]\frac{5}{3} ; +\infty[$.

c) Idem dans la démarche à la question finale de l'exercice suivant !

Exercice III

$f(x) = \frac{x-9}{2x+4}$

1) f(x) est calculable si 2x +4 $\neq$0.

Or 2x +4 = 0 équivaut à 2x = -4 c'est-à-dire à x = -2.

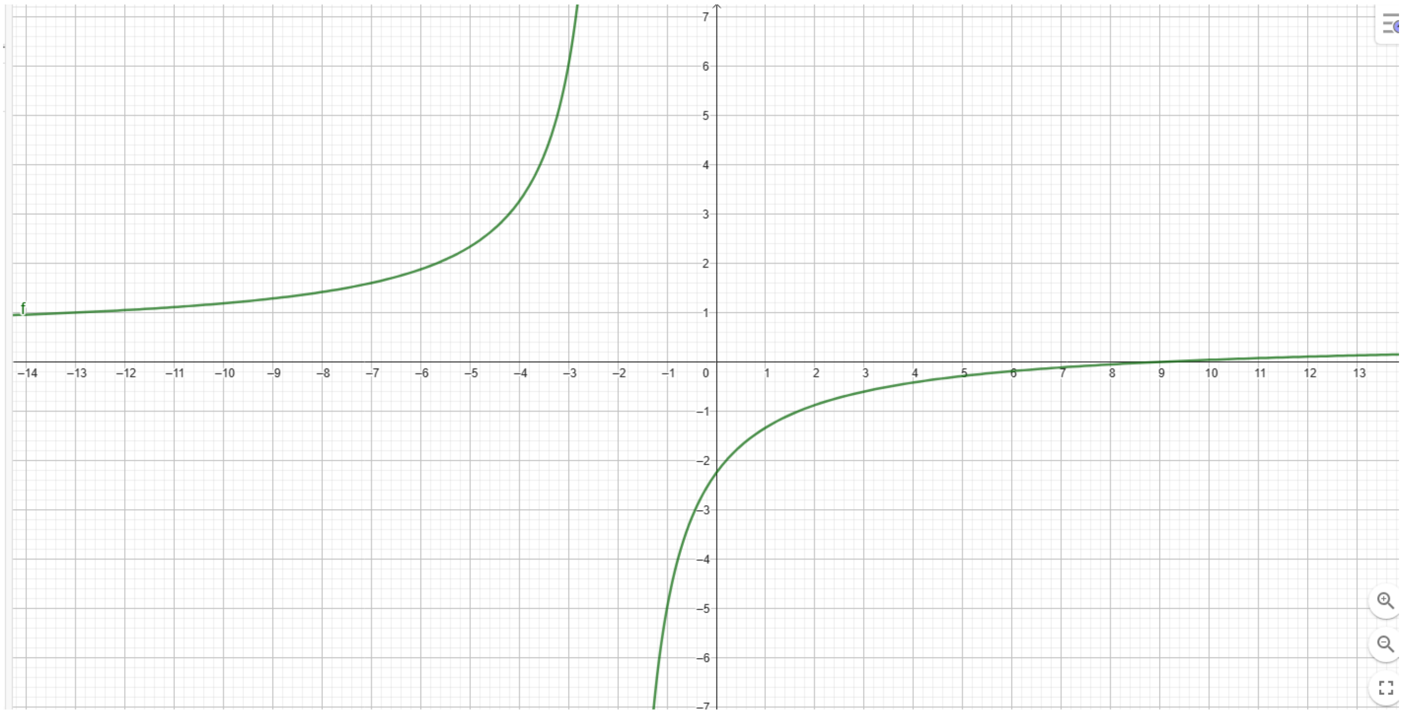
Ainsi, -2 est la valeur interdite pour f, de sorte que $D_f = \mathbb{R}-\{-2\}=]-\infty\,;-2[\cup]-2;+\infty[$.

2) $f(0)=\frac{-9}{4}$ et $f(1)=\frac{1-9}{2+4}=\frac{-8}{6}=\frac{-4}{3}$.

3) Résolvons $f(x) = 3$ c'est-à-dire : $\frac{x-9}{2x+4} = 3$, ce qui par produits en croix conduit à :
$x-9 = 3(2x+4)$ et $x\neq-2$, donc $x - 9 = 6x + 12$ et $x\neq-2$, donc $5x = -21$ et $x = \frac{-21}{5}$: l'antécédent de 3 par f est donc égal à $\frac{-21}{5}$.

4) $f(2) = \frac{-7}{8}$, or $\frac{-7}{8}$ est différent de l'ordonnée du point A (égale à -1), donc A(2 ; -1) n'appartient pas à la courbe de f.

De même $f(-1) = \frac{-10}{2}$=-5 qui est égal à l'ordonnée du point B, donc B(-1 ; -5) appartient à la courbe représentant f.



$\boxed{\dfrac{x-9}{2x+4} \geqslant -3}$ équivaut à : $\dfrac{x-9}{2x+4}+3 \geqslant 0$, $\dfrac{x-9}{2x+4} + \dfrac{3(2x+4)}{2x+4} \geqslant 0$

$\dfrac{x-9+3(2x+4)}{2x+4} \geqslant 0$, $\dfrac{x-9+6x+12}{2x+4} \geqslant 0$, $\boxed{\dfrac{7x+3}{2x+4} \geqslant 0}$.

Or : $7x+3 \geqslant 0$ équivaut à $x \geqslant -\frac{3}{7}$

$2x+4 \geqslant 0$ équivaut à $x \geqslant -2$

D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$-\frac{3}{7}$		$+\infty$
Signe de $7x+3$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $\frac{7x+3}{2x+4}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Ainsi, $\dfrac{7x+3}{2x+4} \geqslant 0$ équivaut à : $x < -2$ ou $x \geqslant -\frac{3}{7}$:

$$\mathcal{S} =]-\infty ; -2[\cup [-\tfrac{3}{7} ; +\infty[.$$

Exercice IV

$a)$ $f(x) = x^4$: f est définie sur $\mathbb{R}$, vu qu'on peut élever à la puissance 4 n'importe quel réel : $D_f = \mathbb{R}$.

$b)$ $h(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x^2+1}$: $\frac{1}{x}$ est calculable pour tout réel x non nul (pas de division par 0).

De plus, pour tout réel x, $x^2 \geqslant 0$, donc $x^2+1 \geqslant 1$, donc x^2+1 n'est jamais négatif, et à ce titre on peut calculer pour n'importe quel réel x la quantité $\sqrt{x^2+1}$.

Ainsi, $D_h = \mathbb{R} - \{0\}$.

c) $g(x) = \sqrt{\frac{-4x+1}{x+1}}$ est calculable si et seulement si : $\frac{-4x+1}{x+1} \geqslant 0$ et $x+1 \neq 0$.

Faisons un tableau de signe de l'expression $\frac{-4x+1}{x+1}$:

$-4x+1 \geqslant 0$ équivaut à $1 \geqslant 4x$ c'est à dire $x \leqslant \frac{1}{4}$. Et $x+1 \geqslant 0$ équivaut à $x \geqslant -1$.

D'où :

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
Signe de $-4x+1$	$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $x+1$	$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $\sqrt{\frac{-4x+1}{x+1}}$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Donc $\frac{-4x+1}{x+1} \geqslant 0$ équivaut à : $-1 < x \leqslant \frac{1}{4}$.

Donc $\boxed{D_g = \left]-1 ; \frac{1}{4}\right]}$

Exercice V

Exercice VI

1) $|-7| = 7$; $|\sqrt{2}-4| = -(\sqrt{2}-4) = -\sqrt{2}+4$ car $\sqrt{2}-4 \simeq -2{,}59$ donc $\sqrt{2}-4 < 0$ 6
et si $A < 0$, $|A| = -A$

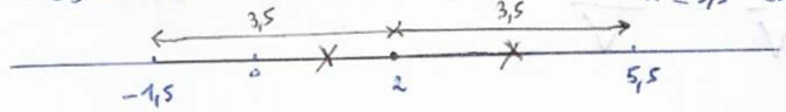
$\sqrt{(\pi-5)^2} = |\pi-5| = -(\pi-5) = -\pi+5$ car $\pi < 5$ vu que $\pi \simeq 3{,}14$.

Cours : $\sqrt{X^2} = |X|$ pour tout réel X.

$\sqrt{(x+y)^2} = |x+y|$

$\sqrt{(x-y)^4} = \sqrt{((x-y)^2)^2} = |(x-y)^2| = (x-y)^2$ car pour tout réel x et y, $(x-y)^2 \geqslant 0$.

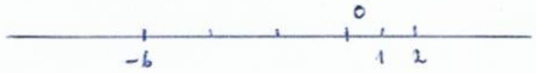
2) $|x-2|=3,5$: la distance entre x et 2 est égale à 3,5 : donc $x=2+3,5$ ou $x=2-3,5$
$x=5,5$ ou $x=-1,5$



$\mathcal{S}=\{-1,5\,;5,5\}$.

$|x+6|=7 \iff |x-(-6)|=7$: la distance entre x et -6 est égale à 7 : donc $x=-6+7=1$
ou $x=-6-7=-13$.

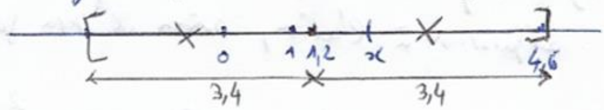
$\mathcal{S}=\{-13\,;1\}$



$|x-1,2|\leqslant 3,4$: la distance entre x et 1,2 est au maximum égale à 3,4 :

donc $1,2-3,4 \leqslant x \leqslant 3,4+1,2$

$-2,2 \leqslant x \leqslant 4,6$. $\mathcal{S}=[-2,2\,;4,6]$



$|x-5|\geq 20$ conduit sans difficulté à : x ⩾ 25 ou x ⩽ -15. (Faire un dessin avec la droite graduée).

S = [25 ; +∞[∪]-∞ ; -15].

2) i) $\mathcal{S}=\mathbb{R}$ car pour tout réel x, $|2x-5|\geqslant 0$ et $0>-1$.

b)

$|x^{2025}-2026|\leq -2027$ n'admet aucune solution car la valeur absolue d'un réel est positive ou nulle, elle ne peut donc pas être strictement inférieure à -2027 qui est négatif.

Exercice VI

$f(5)=-1$

) $g(-2)=2$

) -3 et environ 7,5 sont les antécédents de 3 par f.

) 5 a un seul antécédent par g.

$f(x)=1$ a pour solutions : $x=0$ et $x\approx 6,5$.

$g(x)=-5$ n'a aucune solution : $\mathcal{S}=\emptyset$.

) $f(x)=g(x)$ équivaut à : $x=-3$ ou $x=1$ ou $x=6$: $\mathcal{S}=\{-3\,;1\,;6\}$.

) $f(x)>g(x)$ équivaut à : $-3<x<1$ ou $6<x\leqslant 10$: $\mathcal{S}=]-3\,;1[\cup]6\,;10]$.

) $g(x)\leqslant 1$ a pour solutions : $[-1\,;7,9]$.

) Si $x\in[-7\,;10]$, alors $f(x)\in[-1,8\,;10]$.

) Si $m<-1,9$, $f(x)=m$ n'a aucune solution.

Si $m=-1,9$, $f(x)=m$ a une unique solution.

Si $-1,9<m\leqslant 3,8$, alors $f(x)=m$ a deux solutions

Si $3,8<m\leqslant 10$, alors $f(x)=m$ a une unique solution.

Si $m>10$, alors $f(x)=m$ n'a aucune solution.

)

x	-7		1		6		10
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice VII

On résout d'abord f(X) = 0 qui conduit à : X = -4 ou X = -2 ou X = 2 ou X = 4.

On cherche ensuite les éventuels antécédents de ces quatre nombres -4 ; -2 ; 2 et 4 par f.

-4 n'a pas d'antécédents par f ; -2 a deux antécédents par f ; 2 a quatre antécédents par f et 4 a deux antécédents par f. Donc au total, l'équation : f(f(x)) = 0 admet : 0 + 2 + 4 +2 = 8 solutions.

Exercice VIII

Pour se faire une idée, on peut commencer par donner à la boîte les dimensions 5*7*8, et de regarder ce que fait le volume du pavé si l'on augmente un seul côté de 1 unité par exemple.

Sans difficulté, on arrive à : c'est le côté de 5cm, c'est-à-dire le plus petit possible qui doit être augmenté pour obtenir un volume plus grand (comparer : 6*7*8=336, 5*8*8=320 et 5*7*9=315).

0<a<b<c et V = abc désigne le volume du pavé initial.

Soit x un réel positif.

Si on augmente la plus petite longueur a de ce nombre x, (en laissant les autres longueurs des côtés à l'identique), le volume du nouveau pavé créé est V' = (a+x)bc, et le volume initial a donc augmenté de :
V' – V = (a+x)bc - abc = abc + xbc – abc = bcx.

Si on augmente la longueur intermédiaire b de ce nombre x, (en laissant les autres longueurs des côtés à l'identique), le volume du nouveau pavé créé est V'' = (b+x)ac, et le volume initial a donc augmenté de :
V'' – V = (b+x)ac - abc = abc + xac – abc = acx.

Si on augmente la longueur du plus grand côté c de ce nombre x, (en laissant les autres longueurs des côtés à l'identique), le volume du nouveau pavé créé est V''' = (c+x)ab, et le volume initial a donc augmenté de :
V''' – V = (c+x)ab - abc = abc + xab – abc = abx.

On est donc conduit à déterminer, lequel des trois réels bcx, acx et abx est le plus grand.

Or, 0<a<b<c, donc comme x>0, on a : b(cx)>a(cx) et acx >abx, donc bcx est le plus grand des trois réels entre acx, bcx et abx.

Donc c'est V' – V la plus grande valeur : **il faut donc augmenter la longueur du plus petit côté a** pour obtenir le volume le plus grand possible **: réponse A.**

Exercice facultatif → Vent $\vec{v}$

Ouest A × × B Est

(5)

0) Notons $v_{A\to B}$ la vitesse de l'avion lorsqu'il va de A vers B : $v_{A\to B} = V + v$ (effet favorable du vent dans ce sens là).

Notons $v_{B\to A}$ ———————— B vers A : $v_{B\to A} = V - v$ (le vent contrarie le mouvement dans ce sens là)

1) i) $t = t_{aller} + t_{retour}$ et la relation $\text{temps} = \dfrac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$ conduit à :

$$t = \frac{d}{V} + \frac{d}{V} = \frac{2d}{V}$$ (absence de vent ici), donc $t_{aller} = t_{retour}$!

ii) $T = t'_{aller} + t'_{retour}$

$$T = \frac{d}{V+v} + \frac{d}{V-v}$$

2) Il s'agit tout bêtement de comparer T et t : si $T > t$, l'effet du vent sera défavorable à l'avion, sinon il sera favorable à l'avion.

Or, $$T - t = \frac{d}{V+v} + \frac{d}{V-v} - \frac{2d}{V} = d \times \left(\frac{1}{V+v} + \frac{1}{V-v} - \frac{2}{V}\right)$$

$$T - t = d \times \left(\frac{V(V-v)}{V(V+v)(V-v)} + \frac{V(V+v)}{V(V+v)(V-v)} - \frac{2(V+v)(V-v)}{V(V+v)(V-v)}\right)$$

$$T - t = d \times \left(\frac{V^2 \cancel{-Vv} + V^2 \cancel{+Vv} - 2(V^2 - v^2)}{V(V+v)(V-v)}\right)$$

$$T - t = \frac{d \times (2V^2 - 2V^2 + 2v^2)}{V(V+v)(V-v)} = \frac{d \times 2v^2}{V(V+v)(V-v)} = \frac{2dv^2}{V(V+v)(V-v)}$$

Or $d > 0$, $v > 0$, $V > 0$ et $2 > 0$ et $v < V$, donc $V - v > 0$:

donc $\dfrac{2dv^2}{V(V+v)(V-v)} > 0$, donc $T - t > 0$, donc $T > t$: sur un aller-retour, le vent aura toujours un effet défavorable sur la durée de vol de l'avion.