Seconde — Corrigé du DS4 — Novembre 2021

Exercice I

① 1 : Réponse b) : le point B.

2 : Réponse b) : le point E.

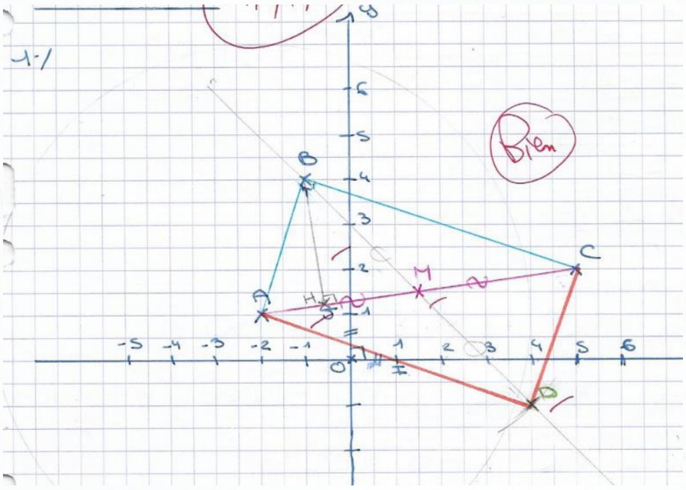
3 : Réponse b) : les points D et E.

4 : Réponse c) : le point J.

② Dans le repère $(D; A; C)$: $A(1;0)$; $B(1;1)$; $C(0;1)$; $D(0;0)$; $E(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$.

Exercice II

1)



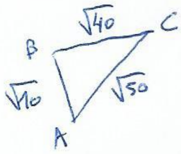
2) M est le milieu de [AC].

donc $M(x_M ; y_M)$ avec : $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2+5}{2} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$. $M\left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)$.

3) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1-(-2))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{(-1+2)^2 + 3^2} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ u.l.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(5-(-2))^2 + (2-1)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} (= 5\sqrt{2})$ u.l.

4a) $BC = 2\sqrt{10} = \sqrt{2^2 \times 10} = \sqrt{40}$.



D'une part, $AC^2 = \sqrt{50}^2 = 50$

D'autre part, $AB^2 + BC^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{40}^2 = 10 + 40 = 50$

Ainsi, $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (car $50 = 50$).

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

4b) Puisque ABC est un triangle rectangle en B, $\mathcal{A}(ABC) = \frac{BA \times BC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{40}}{2} = \frac{\sqrt{10 \times 40}}{2} = \frac{\sqrt{400}}{2} = \frac{20}{2} = \boxed{10}$ u.aire

4c) Sur figure. BH s'appelle la distance du point B à la droite (AC).

4d) $\mathcal{A}(ABC) = \frac{AC \times BH}{2}$ avec $\mathcal{A}(ABC) = 10$ et $AC = \sqrt{50}$.

donc : $10 = \frac{\sqrt{50} \times BH}{2}$, donc $\sqrt{50} \times BH = 20$ et $BH = \frac{20}{\sqrt{50}} = \frac{20}{5\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{5 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{10}$

$\boxed{BH = 2\sqrt{2}}$ u.l.

5) D est le symétrique de B par rapport à M.
donc M est le milieu du segment [BD].
de plus M est le milieu du segment [AC].
donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (M).
A ce titre, ABCD est déjà un parallélogramme.
de plus, d'après 4a), le triangle ABC est rectangle en B, donc ABCD est un pgm ayant un angle droit, donc
ABCD est un rectangle.

6) Soit $D(x_D ; y_D)$.
$M\left(\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}\right)$ est le milieu de [BD], donc : $\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_B + x_D = 2x_M \\ y_B + y_D = 2y_M \end{cases}$

donc $\begin{cases} x_D = 2x_M - x_B = 2 \times \frac{3}{2} - (-1) = 3 + 1 = 4 \\ y_D = 2y_M - y_B = 2 \times \frac{3}{2} - 4 = 3 - 4 = -1 \end{cases}$. donc $\boxed{D(4 ; -1)}$

7) Calculons WA :
$WA = \sqrt{(x_A - x_W)^2 + (y_A - y_W)^2} = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-(-4))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 5^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

donc $WA \neq 6$ car $\sqrt{41} \neq 6$ vu que $\sqrt{41} \neq \sqrt{36}$.
donc $\boxed{\text{W n'appartient pas au cercle de centre A et de rayon 6}}$

8) a) $P(x ; y)$ appartient à l'axe des ordonnées, donc son abscisse est nulle : $x = 0$ et $P(0 ; y)$.

b) $(y-4)^2 + 1 = (y+4)^2 + 4$

$y^2 - 2 \times y \times 4 + 4^2 + 1 = y^2 + 2 \times y \times 4 + 4^2 + 4$
$\cancel{y^2} - 8y + 16 + 1 = \cancel{y^2} + 8y + 16 + 4$
$-8y + 17 = 8y + 20$
$-8y - 8y = 20 - 17$
$-16y = 3$
$y = \frac{3}{-16} = \frac{-3}{16}$

$\boxed{S = \left\{\frac{-3}{16}\right\}}$

c) WBP est isocèle en P si et seulement si
PW = PB, ou encore : $PW^2 = PB^2$.
Or, $PW^2 = (x_P - x_W)^2 + (y_P - y_W)^2$
$PW^2 = (0-2)^2 + (y-(-4))^2$
$PW^2 = (-2)^2 + (y+4)^2 = (y+4)^2 + 4$

et $PB^2 = (x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2 = (0+1)^2 + (y-4)^2$
$PB^2 = (y-4)^2 + 1$.

Grâce à 8b) $PW^2 = PB^2$ si et seulement si $y = \frac{-3}{16}$. donc $\boxed{P\left(0 ; \frac{-3}{16}\right)}$