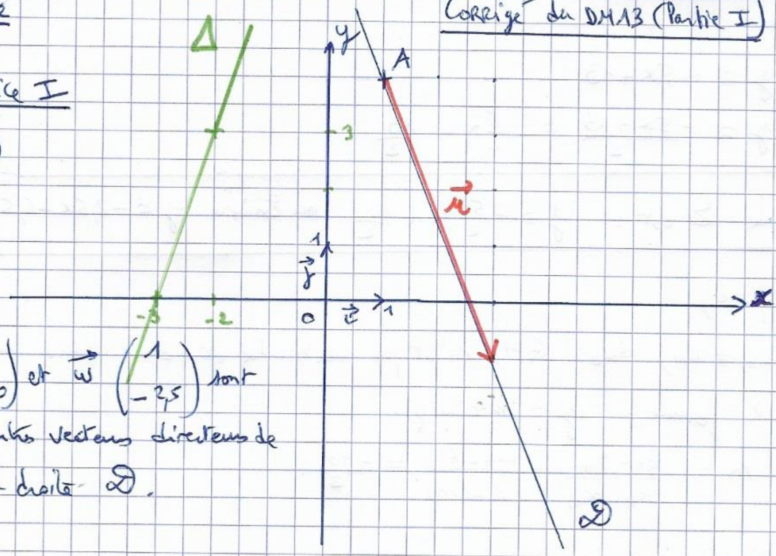
Seconde

Corrigé du DM13 (Partie I)

Exercice I

a)



$\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\-2,5\end{pmatrix}$ sont deux autres vecteurs directeurs de la droite $\mathcal{D}$.

b) D'après le cours, on sait que si $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ dirige une droite $\mathcal{D}$, alors cette dernière admet une équation cartésienne de la forme : $ax+by+c=0$.

Ici, $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ dirige $\mathcal{D}$, donc $\begin{cases}-b=2\\a=-5\end{cases}$ c'est à dire : $\begin{cases}a=-5\\b=-2\end{cases}$.

Une E.C de $\mathcal{D}$ est de la forme : $-5x-2y+c=0$. (*)

Or, $A(1;4)$ appartient à $\mathcal{D}$, donc en faisant $x=1$ et $y=4$ dans (*), l'égalité est vérifiée (vraie) :

$$-5\times1-2\times4+c=0$$
$$-5-8+c=0$$
$$c=13.$$

$\boxed{\text{Une E.C de } \mathcal{D} \text{ est : } -5x-2y+13=0}$.

$\boxed{\text{Une autre E.C de } \mathcal{D} \text{ est : } 5x+2y-13=0}$ (on a multiplié par -1 chacun des 2 membres de la précédente égalité).

c) $B(61;-146)$.

Testons si pour $x=61$ et $y=-146$, l'égalité : $5x+2y-13=0$ est vraie ou fausse :

Or, si $x=61$ et $y=-146$, alors $5x+2y-13=5\times61+2\times(-146)-13=305-292-13=0$

Ainsi, $\boxed{B(61;-146) \text{ appartient à } \mathcal{D}}$ puisque ses coordonnées vérifie une E.C de cette droite.

Par un procédé identique : Pour $E(-100;256,49)$: ici $x=-100$ et $y=256,49$

et $5x+2y-13=5\times(-100)+2\times256,49-13=-500+512,98-13=-0,02$.

Or $-0,02\neq0$ donc l'égalité $5x+2y-13=0$ n'est pas vérifiée par les coordonnées du point E : $\boxed{E(-100;256,49)\notin\mathcal{D}}$.

d) $5x+2y-13=0$

On va isoler y : $2y = -5x+13$

$y = \frac{-5x+13}{2} = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$

$\boxed{\text{L'équation réduite de } \mathcal{D} \text{ est : } y = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2} \text{ ou encore } y = -2{,}5x + 6{,}5}$

e) $G(-1;6)$ et $H(2;-4)$.

Vu que $-1 \neq 2$, $x_G \neq x_H$, donc (GH) n'est pas verticale et admet donc une équation réduite de la forme : $y = mx + p$.

D'après le cours : $m = \frac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \frac{-4-6}{2-(-1)} = -\frac{10}{3}$.

Ainsi, $y = -\frac{10}{3}x + p$

De plus, $G(-1;6) \in (GH)$, donc : $y_G = -\frac{10}{3}x_G + p$

$6 = -\frac{10}{3} \times (-1) + p$

$6 = \frac{10}{3} + p$

$p = 6 - \frac{10}{3} = \frac{18}{3} - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$.

$\boxed{\text{L'équation réduite de } (GH) \text{ est : } y = -\frac{10}{3}x + \frac{8}{3}}$.

f) On dispose des équations réduites de $\mathcal{D}$ et (GH) : $y = -\frac{5}{2}x + \frac{13}{2}$ pour $\mathcal{D}$ et $y = -\frac{10}{3}x + \frac{8}{3}$.

D'après le cours, deux droites non verticales sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

Ici, $\underbrace{-\frac{5}{2}}_{\text{coeff. directeur de } \mathcal{D}} \neq \underbrace{-\frac{10}{3}}_{\text{coeff. directeur de } (GH)}$, donc $\boxed{\mathcal{D} \text{ et } (GH) \text{ ne sont pas parallèles}}$.

g) Δ a pour coefficient directeur $m = 3$, donc une équation réduite de Δ est de la forme : $y = mx + p = 3x + p$.

$G(-1;6) \in \Delta \iff y_G = 3x_G + p \iff 6 = 3 \times (-1) + p \iff p = 6-(-3)$

$p = 9$.

$\boxed{\text{L'équation réduite de } \Delta \text{ est : } y = 3x + 9}$

Le signe de l'ordonnée à l'origine est positif, cette dernière étant égale à 9 !

Δ tracée sur la page ① question ⓐ.

h) Σ et (GH) sont parallèles et (GH) a pour équation réduite : $y = -\frac{10}{3}x + \frac{8}{3}$.
alors d'après le cours, Σ et (GH) ont le même coefficient directeur, de sorte que $m = -\frac{10}{3}$ est le coefficient directeur de Σ qui a pour équation réduite :

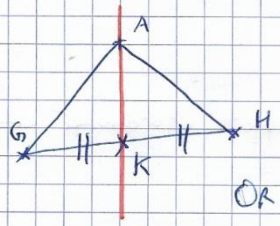
$$y = -\frac{10}{3}x + p.$$

$L(-30;7) \in \Sigma \iff y_L = -\frac{10}{3}x_L + p \iff 7 = -\frac{10}{3} \times 30 + p$

$\iff 7 = -100 + p \iff p = 7 + 100 = 107$

$\boxed{\text{L'équation réduite de } \Sigma \text{ est : } y = -\frac{10}{3}x + 107}$.

i)



La médiane issue de A du triangle AGH passe par le point A et par le point K = Milieu de $[GH]$.

Or $K\left(\frac{x_G + x_H}{2} ; \frac{y_G + y_H}{2}\right)$, $K\left(\frac{-1+2}{2} ; \frac{6+(-4)}{2}\right)$

$K\left(\frac{1}{2} ; 1\right)$

On cherche donc une équation cartésienne de (AK) où $A(1;4)$ et $K\left(\frac{1}{2};1\right)$.

$\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \\ 1 - 4 = -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AK), donc $\begin{cases} -b = -\frac{1}{2} \\ a = -3 \end{cases}$

donc $a = -3$ et $b = \frac{1}{2}$.

Une E.C de (AK) est : $-3x + \frac{1}{2}y + c = 0$.

$A(1;4) \in (AK) \iff -3x_A + \frac{1}{2}y_A + c = 0 \iff -3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 + c = 0$

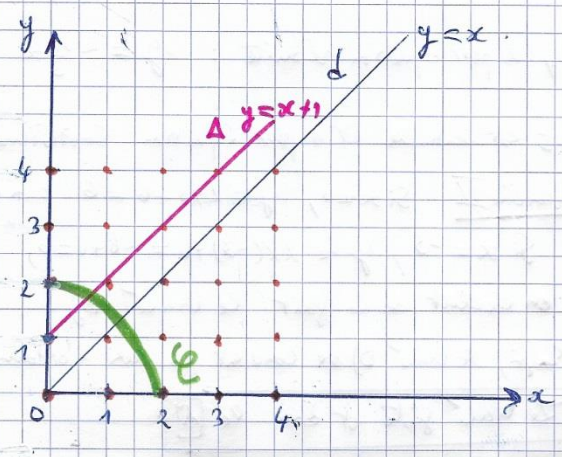
$\iff -3 + 2 + c = 0 \iff c = 1$.

$\boxed{\text{Une E.C de } (AK) \text{ est : } -3x + \frac{1}{2}y + 1 = 0}$.

Exercice II

1)

y \ x	0	1	2	3	4
0	(0;0)	(1;0)	(2;0)	(3;0)	(4;0)
1	(0;1)	(1;1)	(2;1)	(3;1)	(4;1)
2	(0;2)	(1;2)	(2;2)	(3;2)	(4;2)
3	(0;3)	(1;3)	(2;3)	(3;3)	(4;3)
4	(0;4)	(1;4)	(2;4)	(3;4)	(4;4)



2a) d contient 5 points à coordonnées entières comprises entre 0 et 4 inclus.

Donc $\boxed{P(A)} = \dfrac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb total d'issues}} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5} = \boxed{0,2}$

le tableau précédent fait apparaître 25 couples deux à deux distincts !

2b) Δ a pour équation : $y = x+1$.

$(0;1)$; $(1;2)$; $(2;3)$; $(3;4)$ sont les seuls points de Δ dont abscisse et ordonnée sont comprises entre 0 et 4 inclus : il y a donc 4 points favorables à la réalisation de l'événement B.

Donc $\boxed{P(B)} = \dfrac{4}{25} = \boxed{0,16}$

2c) Seuls les points $(0;2)$ et $(2;0)$ sont sur $\mathcal{C}$ avec une abscisse et ordonnée comprise entre 0 et 4. Donc $\boxed{P(C)} = \dfrac{2}{25} = \boxed{0,08}$

Exercice III

d_1 a pour équation réduite : $y = 1x+2$ c'est à dire : $y = x+2$

d_2 a pour équation réduite : $y = 0x-2$ c'est à dire : $y = -2$.

d_3 a pour équation réduite : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$: Ici il fallait s'assurer que l'ordonnée à l'origine p est bien égale à $\frac{3}{2}$ par le calcul, car d_3 rencontre l'axe des ordonnées en un nombre non entier.

d_4 a pour équation réduite : $y = -\frac{1}{3}x$

d_5 est verticale et a pour équation : $x = 4$

Exercice IV

L'ordonnée à l'origine est égale à 6 : on est donc dans le cas B ou bien E.

Le coefficient directeur est positif, donc la bonne réponse est la E.

Exercice VI

1) Une E.C de $\mathcal{D}$ est : $2x+8y+5=0$

Si $x \in \mathbb{Z}$, alors $2x$ est un entier relatif pair

Si $y \in \mathbb{Z}$, alors $8y = 2\times 4y$ est un entier relatif pair.

Donc si x pair et y pair, alors $2x+8y$ est pair, donc $2x+8y+5$ est impair en tant que somme d'un terme pair et d'un terme impair : $2x+8y+5$ ne prend donc jamais la valeur 0 si x et y sont pairs.

$\boxed{\text{Sur } \mathcal{D}\text{, il n'y a aucun point à coordonnées entières}}$

2) Δ a pour équation cartésienne : $2x+y+12=0$

Donc $y=-2x-12$ est l'équation réduite de Δ.

Or $-80 \leq y \leq 129$, donc $-80 \leq -2x-12 \leq 129$ Vu que $y=-2x-12$

$$-80+12 \leq -2x \leq 129+12$$

$$-68 \leq -2x \leq 141$$

$\div(-2)$

$$\frac{-68}{-2} \geq \frac{-2x}{-2} \geq \frac{141}{-2}$$

$\div(-2)$ avec $-2<0$ donc changement du sens des inégalités.

$$34 \geq x \geq -70{,}5$$

ou encore $-70{,}5 \leq x \leq 34$.

De plus, $x \in \mathbb{Z}$, donc $\boxed{x \in \{-70; -69; -68; \ldots; \underbrace{0; 1; 2; \ldots; 34}_{34 \text{ entiers de } 1 \text{ à } 34}\}}$.

Dans ce dernier ensemble il y a $\underbrace{70}_{70 \text{ entiers de } -70 \text{ à } -1} + \underbrace{1}_{1 \text{ entier} = 0} + \overbrace{34} = 105$ entiers

Comme $y=-2x-12$ avec x entier et que $\mathbb{Z}$ est stable par addition et multiplication il en résulte que la portion Δ de droite d'équation cartésienne $2x+y+12=0$ contient 105 points à coordonnées entières.