

Chapitre 6**Information chiffrée**

Introduction : Les notions de pourcentage et de proportion sont omniprésentes dans la vie quotidienne.

Voici quelques exemples : les océans occupent les $\frac{2}{3}$ de la surface terrestre.

60 % des bacheliers ont eu une mention au baccalauréat en 2019.

I – Notion de proportion et de pourcentage

Vocabulaire : Une population est un ensemble dont les éléments sont appelés les Le **nombre total d'individus** d'une population donnée est appelé **de cette population**.

Contrairement à ce que pourrait laisser penser la définition, une population n'est pas nécessairement formée d'entités vivantes !

Exemple : Les élèves de seconde du lycée Benoît forment une population d'effectif 315.

L'élève *B.G* de seconde 5 est un individu de cette population.

Les 15 stylos de ma trousse forment une population d'effectif égal à

Définition

On appelle sous-population d'une population *E* toute partie *A* formée de certains d'individus de *E* : *A* est incluse dans *E* !

Illustration ensembliste :

Exemple : Notons *E* la population formée par les élèves de seconde du lycée Benoît à la rentrée 2020, et *A* les élèves de seconde du lycée qui sont externes : *A* est une sous-population de *E*.

Les 4 stylos bleus de ma trousse constituent une sous-population des 15 stylos de ma trousse.

Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne une estimation de la répartition de la population française au 01/01/2019, par sexe et groupe d'âge.

	<i>Femmes</i>	Hommes	<i>Ensemble</i>
<i>Moins de 20 ans</i>	7897148	8260779	16158197
<i>De 20 à 64 ans</i>	19072541	18348624	37421165
<i>65 ans et plus</i>	7628209	5785128	13413337
<i>Population totale</i>	34598168	32394531	66992699

a) Combien d'individus la population totale comprend-elle de personnes ?

b) Comment se nomme le groupe d'individus formé par les jeunes de moins de 20 ans ? Quel est son effectif ?

c) Quelle est la proportion du groupe formé par les jeunes de moins de 20 ans au sein de la population totale ?

d) On s'intéresse maintenant au groupe formé par les personnes de 20 à 64 ans. Trouver la proportion de femmes au sein de ce groupe.

Définition 1

Soit E une population de référence (ensemble E) contenant N éléments, et A une sous-population de E d'effectif n .

La proportion (notée p) des éléments de A parmi ceux de E est égale au quotient..... : ♥ $p =$ ♥

Remarque : une proportion p n'a pas d'unité et pour ce réel p on a toujours l'encadrement suivant :
.....

Bien souvent, et afin de rendre l'information chiffrée plus parlante, on exprimera **sous forme de pourcentage** une proportion : cela permet de se faire une meilleure idée de ce que représente cette proportion.

Rappel : Comme son nom l'indique, pourcent peut être décomposé en les termes : pour un nombre de 100 ou encore par tranche de 100, ou encore : ramené à un effectif de référence égal à 100, dans des proportions égales.

Par exemple : 30 % de mon budget sert à payer mon loyer signifie qu'à chaque tranche de 100€ perçue de mon salaire, je mets 30€ pour mon loyer.

Exercice 2

Dans une revue de 180 pages, il y a 52 pages de publicité.

Quel pourcentage les pages de publicité occupent-elles dans cette revue ?

✂-----

Définition 2

Avec les mêmes notations que celles de la définition 1, la proportion p d'individus du groupe A parmi ceux de E peut être exprimée en pourcentage noté t .

On a donc : $p = \frac{n}{N} = \frac{t}{100}$, et donc : $t =$

Exemples célèbres

La moitié d'une quantité correspond à% de cette quantité.

Le quart, respectivement les trois quarts d'une quantité correspondent respectivement à % de cette quantité (respectivement % de cette quantité).

Rappel : Appliquer un pourcentage :

Exercice 3

Dans un lycée de 1250 élèves, 34 % des élèves sont externes. Quel est le nombre d'élèves externes de ce lycée ?

✂-----

Règle 1

Pour calculer x % d'un nombre Q donné, il suffit de faire :



II – Notion de proportion de proportion et de pourcentage de pourcentage

Exemple d'introduction

14600 véhicules ont franchi un péage autoroutier le 30 Août 2022.

85 % des véhicules étaient des voitures, et 60 % de ces voitures étaient munies d'un badge de télépaiement.

- Combien de voitures se sont présentées à ce péage en ce jour ?
- Calculer le nombre de voitures munies d'un badge de télépéage.
- En déduire la proportion, exprimée en pourcentage, de voitures munies d'un badge de télépéage par rapport à l'ensemble des véhicules.
- Calculer $14600 \times \frac{85}{100} \times \frac{60}{100}$. En déduire une autre manière de calculer la proportion demandée à la question c).
- 70 % des véhicules qui ne sont pas des voitures étaient munis d'un badge de télépéage.

Déterminer le pourcentage que représentent ces véhicules (non voitures) munis d'un badge par rapport à la population totale étudiée.

✂-----

Propriété

On considère un ensemble E ayant N éléments. Soit A une partie de E , et B une partie de A .

On note p_A la proportion des éléments de A dans E , et p_B la proportion des éléments de B dans A .

Alors, la proportion des éléments de B dans E est égale à

Exemple

60 % des élèves d'un lycée sont des filles. Parmi ces filles, 34 % sont externes.

Déterminer quel pourcentage représente le groupe des filles externe dans ce lycée.

Sachant qu'il y a 1500 élèves au lycée, déterminer le nombre de filles externe de ce lycée.

✂-----

Exercice 4

Calculer mentalement : 20 % de 80 % ; 90 % de 12 %.

✂-----

III – Taux d'évolution

Définition

Une évolution fait passer la valeur initiale notée V_i d'une quantité à une valeur finale notée V_f .

La **variation absolue entre V_i et V_f** est égale au nombre :

Cette dernière a donc la même unité que la quantité étudiée.

Exemple

Le prix du baril de pétrole au 01/10/2018 était de 73,68 \$.

Au 01/01/2019, le prix du baril était de 46,82 \$.

Déterminer la variation absolue du prix du baril de pétrole entre ces deux dates. Constat ?

Propriété

Lorsque la variation absolue d'une quantité est, la valeur de la quantité

Lorsque la variation absolue d'une quantité est, la valeur de la quantité

Définition du **taux d'évolution d'une quantité**

Une évolution fait passer la valeur initiale notée V_i d'une quantité à une valeur finale notée V_f .

La variation relative de V_i à V_f que l'on notera t , est égale au quotient :

Le nombre ♥♥♥ $p = \dots\dots\dots$ ♥♥♥ est appelé **le pourcentage d'évolution** de V_i à V_f .

Exemple

Quelques jours après la rentrée, le nombre d'élèves d'une classe passe de 32 à 34. Déterminer le pourcentage d'évolution du nombre d'élèves de cette classe.

✂-----

Remarques : Si $t > 0$, une variation de taux t correspond à.....

Si $t < 0$, une variation de taux t correspond à

L'intérêt des taux d'évolutions, contrairement aux variations absolues, est de permettre de comparer des évolutions dans des situations différentes.

Exercice 5

Le prix d'un article passe de 168€ au 01/01/2019 à 160€ au 01/06/2019.

Déterminer le pourcentage d'évolution de ce prix entre ces deux dates.

✂-----

Exercice 6

Le tableau ci-dessous donne les espérances de vie à la naissance pour des individus nés en France en l'an 2000 et en l'an 2015.

<i>Année de naissance</i>	<i>Hommes</i>	<i>Femmes</i>
2000	75,3	82,8
2015	79	85,1

Comparer les taux d'évolution de l'espérance de vie des hommes et celui des femmes entre ces années.

✂-----

IV – Coefficient multiplicateur lié à une évolution**Définition**

Le nombre par lequel il faut multiplier une valeur initiale V_i pour obtenir sa valeur finale V_f est appelé **coefficient multiplicateur** et noté CM .

On a donc : = ou encore : $CM = \dots\dots\dots$

Schéma fondamental :

Exercice 7

Le prix d'un article passe de 36€ à 37,50€. Déterminer le coefficient multiplicateur associé à cette évolution de prix.

Déterminer le pourcentage p d'évolution de ce prix. Conclusion ?

✂-----

Propriété

Soit t le taux d'évolution d'une valeur V_i à une valeur V_f , et CM le coefficient multiplicateur qui permet de passer de V_i à V_f .

On a la relation suivante : ♥♥♥

♥♥♥

Preuve :

Ainsi les notions de taux d'évolution et coefficients multiplicateur sont étroitement liées !

Exercice 8

Un pantalon a un prix de 45€, et une chemise un prix de 50€.

Le prix du pantalon augmente de 7 %, et celui de la chemise diminue de 6 %.

Déterminer le coefficient multiplicateur associé à chacune de ces variations.

Calculer le prix du pantalon et celui de la chemise après ces changements de prix.

Remarque

Pour une augmentation, on a : $CM \dots\dots 1$; Pour une diminution, on a : $CM \dots\dots 1$

♥♥♥♥ Règle fondamentale ♥♥♥♥

1) Augmenter de a % une grandeur Q , revient à multiplier Q par :

2) Diminuer de b % une grandeur Q , revient à multiplier Q par :

Exemples mentaux :

Augmenter de 10 % un prix revient à

Diminuer de 30 % un prix revient à

Multiplier un prix par 1,32 revient à

Multiplier un prix par 0,79 revient à

Multiplier par 2 un prix revient à

Exercice 9

Compléter le tableau suivant en écrivant le calcul que vous avez fait à chaque fois.

Prix initial	Prix final	Pourcentage de variation	Coefficient multiplicateur
110 €		-18 %	
	47 €	+28,2 %	
850 €			1,915
	100 €		0,546
20 €	23 €		
120 €	105 €		

Exercice 10

En France, le taux de la *TVA* (taxe de valeur ajoutée) est un impôt dont le taux est égal à 20 %.

Ce dernier s'applique sur le prix hors taxe (*HT*) à la majorité des articles achetés, et on obtient le prix final de l'article appelé prix *TTC* (toutes taxes comprises), c'est-à-dire ce que vous payez lors de l'achat d'un article !

a) Le prix hors taxe d'un véhicule est 9500€. Déterminer le prix *TTC* de ce véhicule.

b) Le prix d'un voyage est de 2300€ *TTC*. Déterminer le prix hors taxe de ce voyage.

✂-----

V- Evolutions successives**Exemple**

Un article coûte 100€ au mois de Septembre. Son prix augmente une première fois de 20 % au mois d'Octobre.

Le mois suivant, le prix de cet article augmente encore de 10 %.

Déterminer le prix de l'article au mois de Novembre, ainsi que le pourcentage d'évolution de ce prix entre Septembre et Novembre. Le résultat vous surprend-il ?

Déterminer une relation entre les nombres C_1 , C_2 et C_3 qui désignent respectivement le coefficient multiplicateur du prix de Septembre à Octobre, celui d'Octobre à Novembre et enfin celui de Septembre à Novembre.

✂-----

Propriété

Pour deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs respectifs CM_1 et CM_2 , l'évolution globale a pour coefficient multiplicateur global le nombre CM , avec : $CM =$

Illustration et justification :**Exemple**

Auguste est ravi : il a bénéficié de deux réductions successives pour l'achat d'un ordinateur : 30 % de solde d'été, et 10 % supplémentaire obtenus en caisse grâce à sa carte de fidélité.

Auguste affirme avoir bénéficié d'une réduction de 40 % : qu'en pensez-vous ?

Les coefficients multiplicateurs ne, ils se

Exercice 11

Le prix d'un article augmente de 10 % puis diminue de 10 %.

Son prix final est-il égal à son prix initial ? Justifier.

✂-----

Exercice 12

La valeur en € d'une action subit les variations suivantes en une semaine :

Lundi : +2% ; Mardi : + 4% ; Mercredi : -5 % ; JEUDI +3% ; Vendredi : - 6 %.

Déterminer si au cours de cette semaine l'action s'est appréciée (= a gagné de la valeur) ou si elle s'est dépréciée (= a perdu de sa valeur).

✂-----

Exercice 13

Dans une entreprise *A*, les salaires ont augmenté de 2 % entre 2017 et 2018 puis de 3 % entre 2018 et 2019.

Dans une entreprise *B*, les salaires ont augmenté de 4 % entre 2017 et 2018 puis de 1 % entre 2018 et 2019.

Dans quelle entreprise les salariés ont-ils été globalement plus augmentés entre 2017 et 2019 ?

✂-----

Exercice 14

Un livret Jeune a un taux d'intérêt de 2,5 %. Cela signifie que chaque année, la banque verse sur votre compte une somme d'argent, appelée intérêt, à hauteur de 2,5 % du solde que présente votre compte.

Vous décidez de placer 1000€ sur un livret Jeune et de ne plus y toucher.

Quel sera votre capital au bout de : 1 an ? 3 ans ? 5 ans ? 10 ans ?

Trouver une relation qui donne le capital dont vous disposerez au bout de n années.

A l'aide d'une calculatrice, évaluer le nombre d'années nécessaires à une augmentation de 50 % du capital initial.

✂-----

VI – Taux d'évolution réciproque

Exemple

Le prix d'une paire de chaussures passe de 100€ à 120€.

Déterminer le taux de remise à effectuer pour ramener la paire de chaussure à son prix initial.

Définition

Soit une évolution de coefficient multiplicateur CM qui fait passer une valeur de V_i à V_f .

L'évolution réciproque est celle qui fait passer de la valeur V_f à la valeur V_i . On note CM' le coefficient multiplicateur de cette évolution réciproque.

On a : $CM' = \dots\dots\dots$

Le taux t' d'évolution réciproque s'exprime en fonction de CM' : $t' =$

Illustration**Exercice 15**

En arrondissant au dixième près, donner :

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 8 %, puis le taux d'évolution réciproque associé à cette hausse.

Déterminer le taux d'évolution réciproque d'une baisse de 15 %.

✂-----

Exercice 16

Chaque année, un webmestre fait le bilan concernant l'attractivité de son site web.

Entre 2016 et 2017, le nombre de connexions au site a diminué de 12 %.

1) Déterminer, à 0,1 % près, le pourcentage d'augmentation nécessaire entre 2017 et 2018 pour revenir au nombre de connexions initial.

2) Entre 2018 et 2019, le nombre de connexions a augmenté de 4,5 %, pour s'établir à 1463 connexions par jour. Combien y avait-il de connexions par jour à ce site début 2018 ?