2021

Mathématiques Générales

Épreuve 1

Sujet zéro

Durée : 1h30

Code sujet : ◯ ◯ ●

Fonctionnement des questions

- Les *questions à choix multiples* sont numérotées **M1**, **M2** etc. Le candidat y répond en **noircissant** la case correspondant à sa réponse dans la feuille-réponse □. Pour chacune de ces questions, il y a une et une seule bonne réponse. Toute réponse fausse retire des points aux candidats. Noircir plusieurs réponses à une même question a un effet de neutralisation (le candidat récoltera 0 point).
- Les *questions à réponse brute* sont numérotées **L1**, **L2** etc. Elles ne demandent aucune justification : les résultats sont reportés par le candidat dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse △. Tout débordement de cadre est interdit.
- Les *questions à réponse rédigée* sont numérotées **R1**, **R2** etc. Elles sont écrites dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse ◯ ou la feuille-réponse △, selon le symbole précédant le numéro de la question. Tout débordement de cadre est interdit.

Conseils de bon sens

- L'énoncé est (très) long : il n'est absolument pas nécessaire d'avoir tout traité pour avoir une note et un classement excellents.
- Ne vous précipitez pas pour reporter vos réponses, notamment aux questions à choix multiples. Il est préférable d'avoir terminé un exercice avant d'en reporter les réponses.
- Ne répondez *jamais* au hasard à une question à choix multiples !
- Selon l'exercice, les questions peuvent être dépendantes les unes des autres ou non. Soyez attentifs à la variété des situations.

TeSciA est une initiative de l'AORES (Association pour une Orientation Raisonnée vers l'Enseignement supérieur Scientifique).
Énoncés et feuilles-réponses réalisés à l'aide du logiciel libre Auto-Multiple-Choice.

Exercice 1. Généralités sur les inégalités

Dans les questions **M1** à **M9**, on demande d'évaluer la validité logique des propositions indiquées.

☐ **M1** Deux réels sont systématiquement rangés dans le même ordre que leurs doubles.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M2** Lorsque x est un réel non nul, l'inégalité $x < \frac{1}{2}$ permet d'affirmer que $\frac{1}{x} < 2$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M3** Lorsque x est un réel non nul, l'inégalité $x < \frac{1}{2}$ permet d'affirmer que $\frac{1}{x} > 2$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M4** Deux réels sont systématiquement rangés dans le même ordre que leurs carrés.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M5** Lorsque a,b,c,d sont quatre réels vérifiant $0 < a < b$ et $0 < c < d$, on a systématiquement $\dfrac{a}{c} < \dfrac{b}{d}$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M6** Lorsque a,b,c,d sont quatre réels vérifiant $0 < a < b$ et $0 < c < d$, on a systématiquement $\dfrac{a}{d} < \dfrac{b}{c}$.

[A] Vrai [B] Faux

☐ **M7** Lorsque x et y sont deux réels vérifiant $|x + y| = |x| + |y|$, on a nécessairement $x \geq 0$ et $y \geq 0$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M8** Pour tout réel x, on a $|x^2| = |x|^2$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M9** Pour tous réels x et y, l'égalité $|x| = |y|$ est équivalente à $x^2 = y^2$.

[A] Faux [B] Vrai

Dans les trois dernières questions de cet exercice, on donne deux réels $x > 0$ et $y > 0$ et on considère les réels

$$a = \frac{x+y}{2}, \quad b = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} \quad \text{et} \quad c = \frac{2xy}{x+y}.$$

☐ **M10** Laquelle des affirmations suivantes est systématiquement vraie ?

[A] $b \leq a$ [B] Aucune d'entre elles [C] $a \leq b$

☐ **M11** Laquelle des affirmations suivantes est systématiquement vraie ?

[A] $c \leq a$ [B] Aucune d'entre elles [C] $a \leq c$

☐ **M12** Laquelle des affirmations suivantes est systématiquement vraie ?

[A] $b \leq c$ [B] Aucune d'entre elles [C] $c \leq b$

Exercice 2. Probabilités

Dans tout l'exercice, A et B désignent deux événements d'un même univers. On considère les probabilités de divers événements construits à partir de A et B, ainsi que la notion d'indépendance.

☐ **M13** On suppose que A et B sont indépendants et que $P(A) = 0{,}4$ et $P(B) = 0{,}6$. Alors, $P(A \cap B)$ vaut :

[A] 0,15 [B] 0,2 [C] 0,27 [D] 0,24 [E] 0,8

☐ **M14** On suppose que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cap B) = 0{,}15$. Alors :

[A] A et B ne sont pas indépendants [B] on ne peut pas conclure [C] A et B sont indépendants

☐ **M15** On suppose que $P(A) = 0{,}3$ et $P_B(A) = 0{,}7$. Alors :

[A] A et B ne sont pas indépendants [B] A et B sont indépendants [C] on ne peut pas conclure

☐ **M16** On suppose que $P(A) = 0{,}7$ et $P_B(A) = 0{,}7$. Alors :

[A] A et B sont indépendants [B] on ne peut pas conclure [C] A et B ne sont pas indépendants

☐ **M17** On suppose que $P(A) = 0{,}7$ et $P_A(B) = 0{,}7$. Alors :

[A] on ne peut pas conclure [B] A et B sont indépendants [C] A et B ne sont pas indépendants

☐ **M18** On suppose que $P(A) = \frac{1}{5}$, que $P(B) = \frac{2}{3}$ et que A et B sont indépendants. Alors :

[A] $P(A \cup B) = \frac{17}{15}$ et $P_A(B) = \frac{2}{3}$ [B] $P(A \cup B) = \frac{11}{15}$ et $P_A(B) = \frac{2}{3}$

[C] $P(A \cup B) = \frac{11}{15}$ et $P_A(B) = \frac{1}{4}$ [D] $P(A \cup B) = \frac{2}{15}$ et $P_A(B) = \frac{2}{3}$

[E] $P(A \cup B) = \frac{7}{15}$ et $P_A(B) = \frac{2}{3}$

☐ **M19** On suppose que $P(A) = \frac{1}{5}$, que $P(B) = \frac{2}{3}$ et que A et B sont incompatibles. Alors :

[A] $P(A \cup B) = \frac{13}{15}$ et $P_A(B) = 0$ [B] $P(A \cup B) = 1$ et $P_A(B) = 0$

[C] $P(A \cup B) = \frac{7}{15}$ et $P_A(B) = 0$ [D] $P(A \cup B) = \frac{7}{15}$ et $P_A(B) = 1$

[E] $P(A \cup B) = \frac{13}{15}$ et $P_A(B) = 1$

△ **L1** On suppose que A et B sont indépendants et ont la même probabilité. On suppose de plus que $P(A \cup B) = 0{,}64$. Donner la valeur de $P(A)$.

Exercice 3. Puissances

Résultat admis et notation

Pour n'importe quel réel positif $x \geq 0$ et n'importe quel entier $n > 0$, il existe un unique réel $y \geq 0$ tel que $y^n = x$, et on note ce réel $\sqrt[n]{x}$ (appelé **racine** n**-ième** de x).

☐ **M20** Le nombre $(2^3)^2$ est égal à :

[A] $2^{(2^3)}$ [B] 2^5 [C] 2^6 [D] 2^9 [E] aucun des nombres cités

☐ **M21** Le nombre $(2^2)^3$ est égal à :

[A] 2^8 [B] 2^5 [C] Aucun des nombres cités [D] 2^6 [E] $2^{(3^2)}$

☐ **M22** Vrai ou faux : pour tout réel x, on a l'égalité $\sqrt{x^6} = x^3$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M23** Vrai ou faux : pour tout réel x, on a l'égalité $\sqrt[3]{x^6} = x^2$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M24** Vrai ou faux : Pour tout réel positif x, on a $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}} = \sqrt[6]{x}$.

[A] Faux [B] Vrai

☐ **M25** Le réel $\dfrac{(3^5\, 2^{-2})^2}{(9^{-1}\, 2^3)^{-3}}$ vaut :

[A] $3^7 \times 2^5$ [B] $3^4 \times 2^5$ [C] 6^4 [D] $\dfrac{2^6}{3^4}$ [E] $\dfrac{3^4}{2^5}$

☐ **M26** Le quotient de $\left(\dfrac{5^3\, 2^{-3}}{4 \times 25}\right)^2$ par $\dfrac{10^2 \times 5}{2^8}$ vaut :

[A] $\dfrac{5^5}{2^2}$ [B] $\dfrac{1}{2^4 \times 5}$ [C] $\dfrac{5}{2}$ [D] $\dfrac{1}{5^2 \times 2}$ [E] $\dfrac{2^2}{5^4}$

☐ **M27** Le quotient de $\left(\dfrac{10^2\, 3^2}{8 \times 5^2}\right)^2$ par $\sqrt{\dfrac{2^5 \times 3^9}{6}}$ vaut :

[A] $\dfrac{1}{2^4}$ [B] $\dfrac{5}{2^4}$ [C] 5 [D] $\dfrac{1}{5^6}$ [E] $\dfrac{1}{2^6}$

Exercice 4. Géométrie dans l'espace

Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

☐ **M28** Étant donné deux vecteurs unitaires $\vec{u}, \vec{v}$ orthogonaux de l'espace, le nombre de vecteurs $\vec{w}$ de l'espace tels que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ soit une base orthonormale est :

[A] 1 [B] fini strictement supérieur à 2 [C] 0 [D] infini [E] 2

☐ **M29** On se donne un vecteur non nul $\vec{u}$ de l'espace. Si trois vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ vérifient

$$\vec{u} \cdot \vec{a} = \vec{u} \cdot \vec{b} = \vec{u} \cdot \vec{c} = 0,$$

alors on peut affirmer que :

[A] les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont coplanaires
[B] les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont tous colinéaires
[C] les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ sont deux à deux orthogonaux
[D] les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$ forment une base de l'espace
[E] rien de tout cela

☐ **M30** Soit P et Q deux plans de l'espace, de vecteurs normaux respectifs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Laquelle des conditions suivantes est équivalente au parallélisme des plans P et Q ?

[A] Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux
[B] Il existe un réel $\lambda < 0$ tel que $\vec{v} = \lambda\vec{u}$
[C] Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux
[D] Il existe un réel $\lambda > 0$ tel que $\vec{v} = \lambda\vec{u}$
[E] Aucune des quatres conditions citées

☐ **M31** La distance du point $M\,(1;1;1)$ au plan P d'équation $2x - 2y + z - 3 = 0$ vaut :

[A] $\frac{3}{2}$ [B] $\frac{2}{3}$ [C] $\frac{7}{3}$ [D] 1 [E] $\frac{1}{3}$

△ **L2** Donner une équation cartésienne du plan P_1 passant par $A\,(-1;0;1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\,(0;1;2)$.

△ **L3** Donner une équation cartésienne du plan médiateur P_2 du segment $[C,D]$ où $C\,(-1;3;1)$ et $D\,(0;5;-3)$.

☐ **M32** Vrai ou faux ? Étant donné trois vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace, si $\vec{u}$ est orthogonal à $\vec{v} - \vec{w}$ et $\vec{v}$ est orthogonal à $\vec{u} - \vec{w}$ alors $\vec{w}$ est orthogonal à $\vec{u} - \vec{v}$.

[A] Faux [B] Vrai

◯ **R1** Justifier votre réponse à la question **M32**.

Deux plans P et Q sont dits **perpendiculaires** lorsqu'il existe un vecteur normal $\overrightarrow{u}$ à P et un vecteur normal $\overrightarrow{v}$ à Q tels que $\overrightarrow{u}$ soit orthogonal à $\overrightarrow{v}$.

△ **L4** Donner sans justification une équation cartésienne du plan perpendiculaire au plan d'équation $x-2y-z+1=0$ et passant par les points $A(0;0;0)$ et $B(0;1;0)$.

☐ **M33** On se donne un réel t et on considère les points $A\,(1;1;0)$ et $B\,(-2;7;t)$. Pour quelle valeur de t est-il vrai que tout plan contenant les points A et B est perpendiculaire au plan d'équation $x-2y-z+1=0$?

A -15 B 15 C -3 D 3 E Aucune de ces valeurs

☐ **M34** On considère les points $A\,(1;1;\sqrt{2})$ et $B\,(\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$ et on note C le symétrique du point A par rapport au point O d'origine du repère. Alors ABC est un triangle :

A isocèle non rectangle
B isocèle rectangle
C équilatéral
D rectangle non isocèle
E rien de tout cela

Exercice 5. Calculs de dérivées

Dans cet exercice, on demande de calculer les dérivées indiquées.

☐ **M35** La dérivée de la fonction qui à x associe $(x+1)\ln x$ est la fonction qui à x associe :

A $\frac{1}{x}$ B $\frac{x+1}{x}$ C $1+\frac{1}{x}+\ln x$ D $\frac{x}{x+1}$ E $1+\ln x$

☐ **M36** La dérivée de la fonction qui à x associe $\frac{1}{x-e^x}$ est la fonction qui à x associe :

A $-\frac{1}{x^2}+e^{-x}$ B $\frac{e^x-1}{(x-e^x)^2}$ C $\frac{1-e^x}{(x-e^x)^2}$ D $1-e^{-x}$ E $-\frac{1}{(x-e^x)^2}$

☐ **M37** La dérivée de la fonction qui à x associe $\ln(1+e^x)$ est la fonction qui à x associe :

A $\frac{e^x}{1+e^x}$ B 1 C $1+e^x$ D $\frac{1+e^x}{e^x}$ E $\frac{1}{1+e^x}$

☐ **M38** La dérivée de la fonction qui à x associe $e^{x^2-x}+1$ est la fonction qui à x associe :

A Aucune de ces réponses
B $(x^2-x)e^{x^2-x}$
C $(x^2-x)e^{x^2-x}+x$
D $(2x-1)e^{x^2-x}+x$
E $(2x-1)e^{x^2-x}$

☐ **M39** La dérivée de la fonction qui à x associe $\sqrt{\frac{1}{3x-1}}$ est la fonction qui à x associe :

A $-\frac{1}{(\sqrt{3x-1})^3}$ B $\frac{3}{2(\sqrt{3x-1})^3}$ C $-\frac{3}{2(\sqrt{3x-1})^3}$ D $-\frac{3}{(\sqrt{3x-1})^3}$ E $-\frac{1}{2(\sqrt{3x-1})^3}$

☐ **M40** La dérivée de la fonction qui à x associe $xe^{1/x}$ est la fonction qui à x associe

A $\frac{x+1}{x}\,e^{1/x}$ B $\frac{x-1}{x}\,e^{1/x}$ C $\frac{e^{1/x}}{x}$ D $-\frac{e^{1/x}}{x}$ E $e^{1/x}$

△ **L5** Donner une expression, la plus simplifiée possible, de la dérivée de la fonction f qui à x associe $\sqrt{x+\sqrt{1+x^2}}$.

Exercice 6. Exponentielles

☐ **M41** Le réel $e^3+e^5+e^7+e^{19}$ est :

A égal à e^{1995}

B strictement supérieur à e^{1995}

C strictement inférieur à e^{1995}

☐ **M42** Le réel $e^3+e^5+e^7+e^{19}$ est :

A strictement supérieur à e^{20}

B strictement inférieur à e^{20}

C égal à e^{20}

☐ **M43** Le réel $2\,e^{17}+2\,e^{18}+2\,e^{19}$ est :

A strictement supérieur à e^{20}

B égal à e^{20}

C strictement inférieur à e^{20}

Dans la suite de cet exercice, on considère la fonction f qui à tout réel x associe $\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$.

△ **L6** Donner sans démonstration la limite de f en $+\infty$ et la limite de f en $-\infty$.

☐ **M44** La fonction f est :

A ni paire ni impaire

B paire et impaire

C paire

D impaire

☐ **M45** Laquelle des identités suivantes est vraie ?

A $f(2x) = \frac{1+f(x)^2}{2f(x)}$ pour tout réel x

B $f(2x) = \frac{1+f(x^2)}{2f(x)}$ pour tout réel x

C $f(2x) = \frac{2f(x)}{1+f(x)^2}$ pour tout réel x

D $f(2x) = \frac{2f(x)}{1+f(x^2)}$ pour tout réel x

E $f(2x) = \frac{2f(x)}{(1+f(x))^2}$ pour tout réel x

△ **L7** Donner (sans démonstration) une fonction φ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = \varphi(f(x))$ pour tout réel x.

☐ **M46** Vrai ou faux : il existe une seule fonction φ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = \varphi(f(x))$ pour tout réel x.

A Faux B Vrai

◯ **R2** Justifier votre réponse à la question **M46**.

◯ **R3** On fixe un réel a non nul. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on note $\mathcal{C}$ la courbe d'équation $y = e^{ax}$. Un point M parcourt $\mathcal{C}$: on note H son projeté orthogonal sur l'axe des abscisses et T le point d'intersection de l'axe des abscisses avec la tangente à $\mathcal{C}$ en M. Démontrer que la longueur du segment $[HT]$ ne dépend pas du point M.

Exercice 7. Probabilités et suites

On dispose de deux urnes numérotées 1 et 2.

- L'urne numéro 1 contient 6 boules blanches et 4 boules noires.
- L'urne numéro 2 contient 8 boules blanches et 2 boules noires.

À chaque instant (à partir de l'instant 1), un joueur pioche une boule au hasard dans une urne, note sa couleur, et la remet dans l'urne. S'il a pioché une boule noire à l'instant n dans une urne, alors il doit piocher dans l'autre urne à l'instant $n+1$, alors que s'il a pioché une boule blanche à l'instant n dans une urne, il doit piocher dans cette même urne à l'instant $n+1$. À l'instant initial ($n = 1$), le joueur choisit l'urne dans laquelle piocher de manière aléatoire, avec équiprobabilité.

On note p_n la probabilité pour que le n-ième tirage soit réalisé dans l'urne numéro 1.

☐ **M47** La probabilité p_1 vaut :

A 1 B 0 C $\frac{4}{10}$ D $\frac{6}{10}$ E $\frac{1}{2}$

☐ **M48** La probabilité p_2 vaut :

A $\frac{4}{10}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{5}$ D $\frac{4}{6}$ E $\frac{6}{10}$

☐ **M49** On dispose de la relation de récurrence $p_{n+1} = \alpha p_n + \beta$ pour

A $\alpha = \frac{4}{5}$ et $\beta = 0$

B $\alpha = -\frac{1}{5}$ et $\beta = \frac{4}{5}$

C $\alpha = \frac{2}{5}$ et $\beta = \frac{2}{5}$

D $\alpha = \frac{1}{5}$ et $\beta = \frac{3}{10}$

E $\alpha = \frac{2}{5}$ et $\beta = \frac{1}{5}$

☐ **M50** La suite de terme général $p_n - x$ est géométrique lorsque x vaut :

A $\frac{1}{5}$ B 1 C $\frac{1}{3}$ D 0 E $\frac{2}{5}$

△ **L8** Donner la limite de la suite $(p_n)_{n\geq 1}$.

Exercice 8. Questions de limites

☐ **M51** Quand x tend vers $+\infty$, la quantité $-5x + x^3 - 2\ \ln(x^4)$ tend vers :

A aucune limite B 0 C $-\infty$ D une limite finie non nulle E $+\infty$

☐ **M52** Quand x tend vers $+\infty$, la quantité $2e^x - e^{x/2} + (\ln(e^{3x}))^4$ tend vers :

A $+\infty$ B aucune limite C une limite finie non nulle D $-\infty$ E 0

☐ **M53** Quand x tend vers $-\infty$, la quantité $2e^x - e^{x/2} + (\ln(e^{3x}))^4$ tend vers :

A $-\infty$ B aucune limite C 0 D une limite finie non nulle E $+\infty$

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction qui à tout réel x associe $\cos(x)$ est continue.

☐ **M54** Quand x tend vers $-\infty$, la quantité $x \cos x + x^2$ tend vers :

A $+\infty$ B 0 C $-\infty$ D une limite finie non nulle E aucune limite

☐ **M55** Quand x tend vers $-\infty$, la quantité $x^2 \cos x + x$ tend vers :

A $-\infty$ B aucune limite C 0 D une limite finie non nulle E $+\infty$

☐ **M56** Quand x tend vers $-\infty$, la quantité $x^2 \cos(1/x^2) - x$ tend vers :

A 0 B $+\infty$ C $-\infty$ D une limite finie non nulle E aucune limite

△ **R4** Justifier votre réponse à la question **M56**.

☐ **M57** Quand u tend vers 0, la quantité $\frac{\ln(1+u)}{u}$ tend vers :

A une limite finie non nulle B aucune limite C $-\infty$ D 0 E $+\infty$

☐ **M58** Quand u tend vers 0, la quantité $\frac{\ln(1+u^2)}{u}$ tend vers :

[A] $+\infty$ [B] aucune limite [C] 0 [D] $-\infty$ [E] une limite finie non nulle

☐ **M59** Quand u tend vers 0, la quantité $\frac{\ln(1+u)}{u^2}$ tend vers :

[A] aucune limite [B] 0 [C] $+\infty$ [D] une limite finie non nulle [E] $-\infty$

△ **L9** Donner sans justification la limite de $\frac{1}{u}\ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right)$ quand u tend vers 0.

☐ **M60** Quand x tend vers $+\infty$, la quantité $\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x}}$ tend vers :

[A] 1 [B] 0 [C] $\frac{1}{2}$ [D] $+\infty$ [E] Rien de tout cela

☐ **M61** Quand x tend vers $+\infty$, la quantité $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$ tend vers :

[A] Rien de tout cela [B] $+\infty$ [C] $\frac{1}{2}$ [D] 1 [E] 0

☐ **M62** Quand x tend vers $+\infty$, la quantité $\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}\right)$ tend vers :

[A] 1 [B] Rien de tout cela [C] $\frac{1}{2}$ [D] $+\infty$ [E] 0

Exercice 9. Une étude de fonction

On considère dans cet exercice la fonction f qui à tout nombre réel x associe le nombre réel

$$f(x) = x\cos(x) - \sin x.$$

On admet que les fonctions cos et sin sont dérivables et que leurs dérivées vérifient, pour tout réel x, les relations

$$\cos'(x) = -\sin(x) \quad \text{et} \quad \sin'(x) = \cos(x).$$

Une fonction est dite **monotone** sur un intervalle lorsque, sur cet intervalle, elle est croissante ou décroissante.

△ **L10** Donner une expression simple de la dérivée de f.

☐ **M63** Dans l'intervalle $[0,\pi]$, l'équation $f(x) = 0$ possède :

[A] aucune solution [B] au moins une solution

☐ **M64** La fonction f est, sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$:

[A] à la fois croissante et décroissante

[B] décroissante

[C] non monotone

[D] croissante

☐ **M65** Sur $\mathbb{R}$, la fonction f est :

A non monotone

B à la fois croissante et décroissante

C décroissante

D croissante

☐ **M66** Dans l'intervalle $[0,\pi]$, l'équation $f(x) = -1$ possède :

A une infinité de solutions

B aucune solution

C plusieurs solutions, mais en nombre fini

D exactement une solution

☐ **M67** Sur l'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right]$, la fonction f est :

A à la fois croissante et décroissante

B décroissante

C non monotone

D croissante

☐ **M68** Dans l'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right]$, l'équation $f(x) = -2$ possède :

A exactement une solution

B une infinité de solutions

C aucune solution

D plusieurs solutions, mais en nombre fini

☐ **M69** Dans l'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\right]$, l'équation $f(x) = 0$ possède :

A aucune solution

B plusieurs solutions, mais en nombre fini

C une infinité de solutions

D exactement une solution

☐ **M70** Étant donné un entier $k \geq 0$, l'équation $f(x) = -1$ possède, dans l'intervalle $[k\pi,(k+1)\pi]$:

A plusieurs solutions quel que soit k

B parfois une infinité de solutions, et parfois un nombre fini, selon l'entier k

C toujours un nombre fini non nul de solutions, mais dépendant de k

D parfois un nombre fini non nul de solutions, parfois aucune solution, selon l'entier k

E exactement une solution quel que soit k

☐ **M71** Étant donné un réel a, l'équation $f(x) = a$ d'inconnue x possède, dans $\mathbb{R}$:

A une infinité de solutions pour certains valeurs de a, et aucune pour d'autres

B une unique solution quel que soit le réel a

C un nombre fini de solutions quel que soit le réel a

D une infinité de solutions quel que soit le réel a

E une infinité de solutions pour certaines valeurs de a, mais un nombre fini éventuellement nul pour d'autres

△ **R5** Justifiez votre réponse à la question **M71**.

☐ **M72** Étant donné un réel a, l'équation $f(a) = x$ d'inconnue x possède, dans $\mathbb{R}$:

A un nombre fini de solutions quel que soit le réel a

B une infinité de solutions quel que soit le réel a

C une infinité de solutions pour certains valeurs de a, et aucune pour d'autres

D une infinité de solutions pour certaines valeurs de a, mais un nombre fini éventuellement nul pour d'autres

E une unique solution quel que soit le réel a
