***Nota bene* : Ce travail est à remettre pour le 30/31 Mars.**

Vous rendrez un seul lot de copies DOUBLES par groupe de 2 à 6 élèves, avec les noms de CHACUN des élèves constituant le groupe sur chaque copie du lot.
Des exercices (ou copies) identiques d'un groupe à l'autre conduiront à l'arrêt de la correction de votre copie et à l'absence de note pour le DM, et ce pour le groupe ayant recopié ainsi que celui ayant fourni la solution. Les solutions utilisant des points hors-programme seront sanctionnées.

Les copies rendues en retard ne seront pas corrigées.

Exercice I

Une urne contient 3 boules blanches, et 5 boules rouges. Un joueur tire au hasard une première boule de l'urne, puis sans la reposer dans l'urne, il procède à un deuxième tirage au hasard d'une boule de l'urne.

On note : B_1 (respectivement B_2) l'événement : obtenir une boule blanche au premier tirage (respectivement au second tirage) et R_1 (respectivement R_2) l'événement obtenir une boule rouge au premier tirage (respectivement au second tirage).

1) Faire un arbre de probabilités associé à cette expérience aléatoire.

2) Calculer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité d'obtenir un tirage constitué de deux boules blanches.

3) Déterminer, sous forme de fraction irréductible, la probabilité d'obtenir un tirage bicolore.

Exercice II (*les questions g et h sont facultatives*).

Sur un clavier numérique composé des 10 chiffres de la numération décimale, on tape au hasard un code à quatre chiffres, c'est-à-dire une succession de quatre chiffres choisis parmi :
$\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}$.

Pour chacune des questions ci-dessous, on justifiera ses résultats :

a) Combien peut-on taper de codes différents ?

b) Quelle est la probabilité de taper le code : "1234" ?

c) Quelle est la probabilité de taper un code ne contenant que des chiffres pairs ?

d) Quelle est la probabilité de taper un code contenant au moins un chiffre impair. On pourra commencer ici par chercher la probabilité de l'événement contraire.

e) Déterminer la probabilité de l'événement T : "*taper un code finissant par 5 ou 8* ".

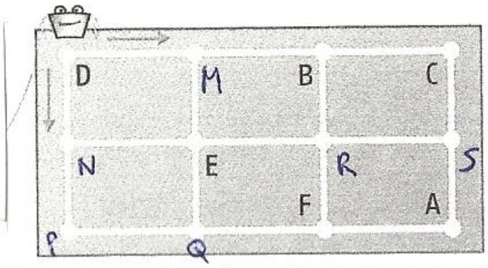
f) Quelle est la probabilité de taper un code ne contenant ni 0, ni 1 et finissant par un chiffre pair ?

g) Quelle est la probabilité de taper un code contenant exactement trois chiffres identiques ?

h) Quelle est la probabilité de taper un code constitué de quatre chiffres identiques.

Exercice III

Une puce électronique part de D et se déplace suivant le quadrillage de 1 pas vers la droite ou de 1 pas vers le bas. Elle ne peut aller ni vers la gauche ni vers le haut. (*)



0. Modéliser par un arbre tous les chemins possibles qui conduisent de D à A en respectant la règle (*).

1. Quel est le nombre de chemins différents pour aller du départ D à l'arrivée A ?

2. La puce électronique va effectuer un trajet de D vers A. À chaque pas, quand elle a le choix, elle choisit sa direction au hasard.
Quelle est la probabilité pour que le trajet :

a. passe par B ?
b. passe par E ?
c. passe par B et C ?
d. passe par E et F ?
e. passe par E et C ?

Exercice IV

A un tournoi de tennis, il y a 8 joueurs. Matt sait qu'il battra tous les participants, sauf Mathilde qui est invincible.

On tire au hasard les paires qui se rencontrent au premier tour, puis on tire à nouveau au hasard, parmi les vainqueurs du premier tour, les paires qui se rencontrent au second tour. Les vainqueurs du second tour vont en finale. Quelle est la probabilité que Matt arrive en finale ? Justifier votre réponse.

Exercice V

1. Tracer une courbe représentant une fonction f définie sur $[-5\,;10]$ vérifiant les conditions suivantes :

- $f(3) = 2$;
- -1 et 4 sont des antécédents de -2 ;
- f est décroissante sur l'intervalle $[-5\,;-1]$;
- l'image de 10 est -6 ;
- -5 et 7 sont des solutions de l'équation $f(x) = 0$;
- le point de coordonnées $(9\,;1)$ appartient à la courbe ;
- f admet un maximum sur l'intervalle $[-5\,;10]$; il vaut 6 et est atteint en 5.

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5\,;10]$.

Exercice VI

On considère une fonction h dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-3		1		2		5		7
Variation de h	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse ou si le tableau ne permet pas de justifier.

1. $h(0) < h(1)$
2. $h(4) > h(6)$
3. $h(-2) < h(2)$
4. $h(0{,}5) = h(1{,}5)$
5. 5 est le maximum de h sur $[-3\,;7]$.
6. Le minimum de h sur $[-3\,;7]$ est atteint en 2.

Exercice VII

Dans un disque de $5cm$ de rayon, on découpe un disque de même centre et de rayon x cm, avec $1 \leq x \leq 4$.

a) On note $p(x)$ le périmètre du disque de rayon x. En justifiant, déterminer le tableau de variation de la fonction p sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.

b) On note $a(x)$ l'aire de la couronne restante après avoir ôté le disque de x cm de rayon.

Par des considérations d'ordre géométrique, dresser le tableau de variation de la fonction a sur l'intervalle $[1\ ;\ 4]$.

Exercice VIII

$ABCD$ est un rectangle tel que : $AB = 8$ cm et $BC = 4$ cm.

E, F, G et H sont des points respectivement situés sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, tels que : $AE=BF=CG=DH$.

1) Faire une figure.

2) On pose $AE = x$.
a) A quel intervalle noté I, le réel x appartient-il ?

b) On note $f(x)$ l'aire du quadrilatère $EFGH$. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$.

c) A l'aide de *Geogebra*, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle I, à joindre à la copie, puis conjecturer la valeur du minimum de f sur I et la valeur en lequel il est atteint.

d) Démontrer que l'aire du quadrilatère $EFGH$ est minimale pour une valeur de x que l'on précisera, et donner la valeur de cette aire minimale.